

РЕФЛЕКСИЯ И РЕФЛЕКСИВНЫЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В статті розглядаються деякі елементи теорії рефлексії, а саме: типи інтелектуальної та праксеологічної рефлексії. Представлена модель оволодіння математичними знаннями з урахуванням зв'язку між цими двома типами рефлексії.

Ключові слова: теорія рефлексії, інтелектуальна рефлексія, праксеологічна рефлексія, математичні знання.

По мнению основоположника психологического исследования рефлексии Дж. Дюи, „рефлексивно то мышление, которое приводит к уверенности в выводах и заключениях, основывается на раскрытых причинах и обоснованных утверждениях” [12, с. 11]. Он считает, что „где нет вопроса или проблемы для разрешения, когда нет затруднения, которое нужно переодолеть, мыслительный поток течет наугад, без подготовки” [12, с. 20], поэтому „затруднения ... являются естественными стимулами к рефлексивному исследованию” [там же]. Следовательно, рефлексия в обучении тесно, генетически связана с проблемностью.

Идеи Дж. Дюи о генезисе рефлексивного мышления лежат в основе: теории Ж. Пиаже [22] о возникновении интеллектуальных схем, его концепции о формальных операциях; концепции П. Я. Гальперина [5] о поэтапном формировании умственных действий; концепции Л. С. Выготского [4] о высших психических функциях, которая косвенно раскрывает генезис рефлексии; концепции В. В. Давыдова [8] об использовании рефлексии как методе целенаправленного формирования учебных умений и как способе развития личности ученика.

Рефлексивная проблематика разрабатывалась интенсивно и в педагогической науке. Д. Шьон [27] вводит термины „рефлексия в действии” и „рефлексия над действием”. Его концепция о последней может послужить основой при оценке значения действий для приобретения опыта на этапе „взгляда назад” идеальной модели деятельности решения задач и более специально при поиске эффективных средств для ускоренного протекания рефлексивных действий, к которым можно отнести обобщение и формализацию через моделирование. В организационном плане можно использовать и свой опыт, в частности то, что рефлексия есть самоосознание и осознание точки зрения другого посредством сравнения (в том числе, сопоставления и противопоставления) своих и его идей.

Рефлексия является предметом исследования и в частных дидактиках (специально в Болгарии – М. Георгиева [7], Й. Димова [11],

Т. Коларова-Кънчева [13] и др.). Методические исследования относятся обычно к так называемой интеллектуальной и праксеологической рефлексии. В них выявлены актуальность, эффективность разработанных рефлексивных методических технологий. В настоящем исследовании делается попытка показать, как можно согласовать современные методические разработки с рефлексивным подходом и с теориями, базирующимися на нем.

Одним из самых продуктивных авторов, имеющих серьёзные достижения у нас в исследовании проблем, связанных с рефлексией, является В. Василев. В монографиях [2] и [3] он сделал обстоятельный обзор и классификационный анализ философских, психологических и педагогических аспектов проблемной области „рефлексия”. Здесь я существенно использую и адаптирую для обучения математике некоторые результаты этих трудов.

Краткий и, кажется, точный вариант описания понятия рефлексии представлен В. Василевым: „Рефлексия является инструментальной, социокультурно обусловленной интеллектуальной процедурой, осмысленной и сознательно направленной на самопознание, которая проявляется в нескольких модусах: познание собственной познавательной деятельности, собственной личности, мысленный диалог с другими и мысленный опережающий контроль над реализацией знаний и качеств субъекта в его практической деятельности”[3, с. 287]. Эти модусы – интеллектуальная рефлексия, личностная рефлексия, рефлексия как диалог, праксеологическая рефлексия [3, с. 288].

Для реализации рефлексивного подхода в обучении математике имеют существенное значение модусы „интеллектуальная рефлексия” и „праксеологическая рефлексия”. Поэтому рассмотрим их кратко.

I. Интеллектуальная рефлексия. Она проявляется в двух конкретных типах:

„- осознание оснований и источников наших мыслей, действий, знаний;
- интеллектуальная рефлексия есть конструирование плана, схемы, модели, по которым будет решаться одна проблемная и достаточно сложная задача; мысленное забегание вперед в процессе познавательного действия ..., причем субъект осознанно дает себе отчет и применяет свои познавательные возможности, свои сильные (но и слабые) стороны” [3, с. 111].

Имея ввиду особенности обучения решению задач по математике, а также и свой личный практический опыт в этом отношении, я адаптирую операции, характерные для интеллектуальной рефлексии, следующим образом:

- установите, какой способ решения задачи „...” для вас самый рациональный (самый доступный, самый оригинальный, „самый изящный” и т.д.);

- для каждого из рассмотренных способов решения задачи „...” укажите **оператор** решения и даже **клетку оператора**, а также к какой дисциплине, разделу и/или теме он относится;

- какая часть из **основной информации** в задаче „...” направляет нас к выбору определенного метода (идеи) решения (например, идея „ввести дополнительный метрический параметр”, метода отрицания, метода эквивалентности и т.д.);

- какие числовые данные являются источником **специфической информации**, которая приводит к выявлению клетки оператора наиболее рационального (наиболее оригинального) решения;

- укажите, какая часть информации в задаче „...” направляет мысль к выполнению определенного дополнительного построения (окружность, проходящая через четыре или больше точек; прямая, перпендикулярная к некоторой прямой и проходящая через подходящую точку..., и др.);

- установите, какая часть текста задачи „...” является **основательной причиной**, чтобы сделать вывод „...”, который вы использовали при поиске ее решения;

- установите, при каком моменте проведения аналитического разбора задачи „...” вы пришли к необходимости использования следующей **основной задачи** „...” (теоремы „...” и т.д.);

- оцените, какая гипотеза является элементом анализа задачи „...” с целью поиска ее решения, направляет вашу мысль на выполнение определенного дополнительного построения (отрезка, угла, треугольника, многоугольника, окружности и пр.);

- выясните, почему при решении задачи „...” подходящим **вспомогательным параметром** является отрезок „...”, а при решении обратной к ней задачи выбор того же параметра в качестве вспомогательного оказывается неудачным;

- оцените, какие из следующих **частных методов** „...” (например, метод Хорнера, метод неопределенных коэффициентов, метод субституции, метод „связывающего элемента” и т.д.) применимы для задач вида „...”, наиболее успешно реализуются при решении задачи „...”, что относится к тому же виду. А какой из них был бы самым рациональным?

- оцените, какой из подходов, идей и методов поиска решения вам лично наиболее нравится и принесет вам надежный успех в процессе решения; и т.д.

При выполнении таких заданий важно не столько получение конкретного результата решения проблемы, сколько осознанная рефлексивная процедура для его постижения.

В. Василев предлагает и определенные технологические варианты для формирования интеллектуальной рефлексии у учащихся. При обучении математике на этапе „взгляда назад” уместно использовать такие варианты:

„- анализировать и комментировать вслух основания для решения, прежде чем приступить к его осуществлению;

- Выяснить, к какому типу принадлежат задачи, насколько сходны и различны способы их решения;

- сравнить, по каким особенностям совпадают или не совпадают их условия и, в зависимости от этого, какой способ решения подходит к каждой из них; есть ли другие способы решения каждой задачи и на чем основываются они – таким образом можно сформировать у учащихся умения рефлексивного самоконтроля и взаимного контроля посредством сотрудничества между ними в ходе организации групповой учебной работы” [3, с. 130].

II. Праксеологическая рефлексия.

Праксеологическая рефлексия проявляется в „размышлениях, посредством которых субъект подбирает нужные и наиболее подходящие знания, чтобы осуществить определенную практическую деятельность; мыслительных процедурах, посредством которых он подготавливает, регулирует и контролирует превращение этих знаний в средства ... для решения профессиональных и житейских задач („инструментирование” и „технологизирование” знаний); регулирование, контролирование и осмысление эффективности использования прагматизированных знаний и действий ... и все это **непрерывно соотносится с особенностями мыслящего и действующего субъекта**” [2, с. 60].

Специально при работе с математическими задачами в контексте праксеологической рефлексии субъект может направляться к выбору подходящего оператора; к клетке оператора; к подходящей идее или подходу, или методу, или сочетанию методов и т.д. Опыт показывает, что этому может способствовать регулярный словесный отчет о своей деятельности со стороны учащихся (учеников и студентов). Он может содержать сведения о том, как подбирались необходимые для решения конкретной задачи теоретические знания и каким образом они превращаются в средство для решения задачи, а так же оценку целесообразности, эффективности использования идей, методов и т.д. в процессе решения данной задачи.

Чтобы раскрыть глубже сущность праксеологической рефлексии и интеллектуальной рефлексии, В. Василев рассматривает модель взаимных связей между этими двухсторонними процессами, которые они индуцируют в условиях интегрированной функционирующей системы.

Ив. Ганчев тоже раскрывает, хотя и неявно, подобные связи в обучении математике. В [6, с. 36-39] он построил две модели: первая показывает **приобретение математических знаний** на основе конкретизации, практических действий и операций, а также моделирования, а вторая (после осмысления, усвоения и запоминания результата предыдущей деятельности) – иллюстрирует соответствующую прагматическую

деятельность, требующую умения **применять математические знания** на основе: моделирования, решения математической задачи и конкретизации. Рассматривая модели Ганчева в контексте рефлексивного подхода и согласуя их с моделью Василева, мне удалось сконструировать схему-модель, которая показана на рис. 1.

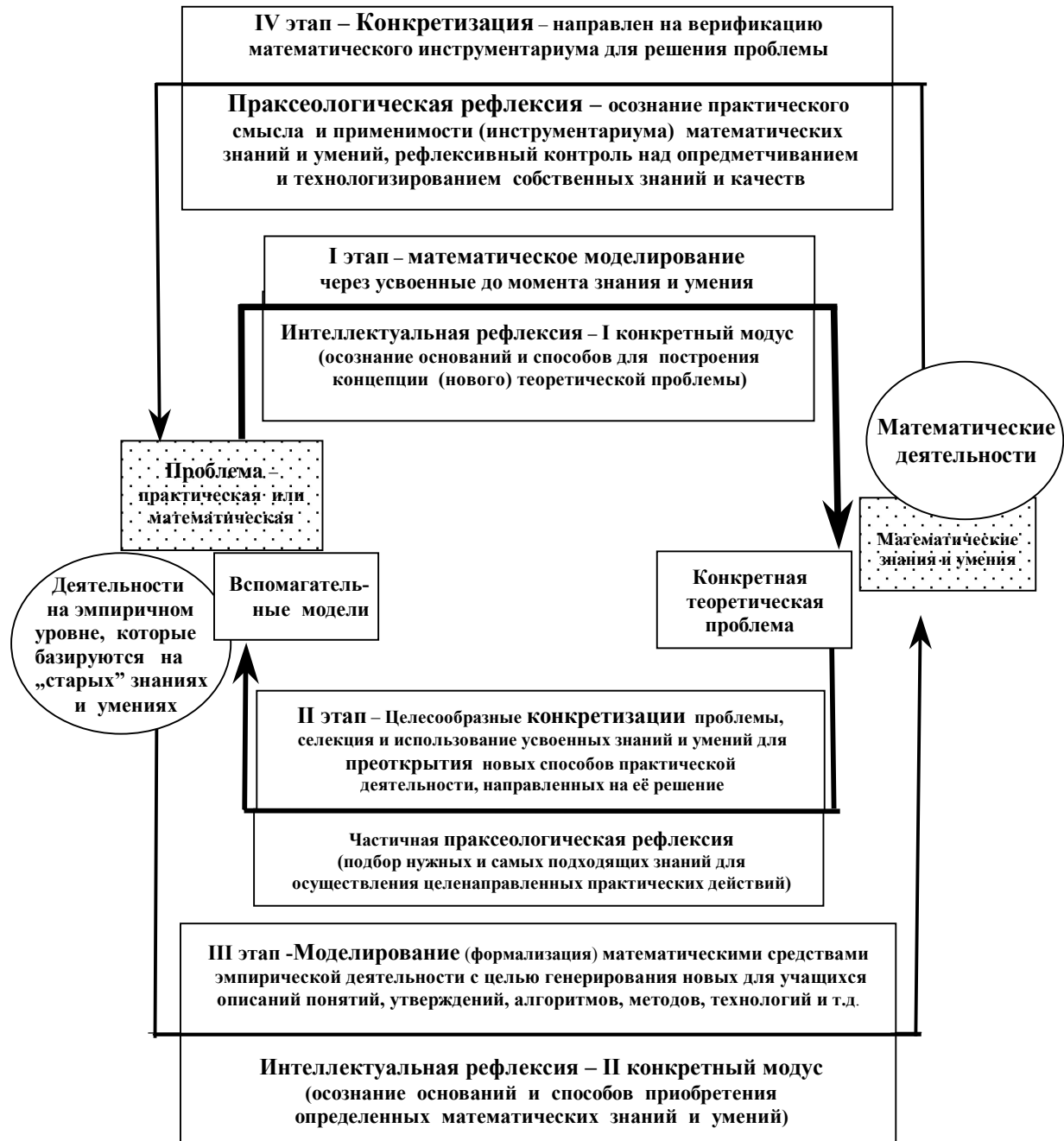


Рис. 1. Схема-модель приобретения и применения математических знаний в контексте взаимосвязи между интеллектуальной и праксеологической рефлексиями

Схематично представленная система рефлексивных действий апробирована в диссертационном исследовании и в статье [20] – в качестве эффективной обучающей модели для овладения математическими

знаниями и умениями решения уравнения четвертой степени и для инструментаризации их при решении математических задач, в которых используются задачи-компоненты для решения таких уравнений.

Связи в верхней части схемы относятся к **применению** знаний и умений в математической деятельности, а связи в нижней части – к **приобретению** математических знаний на основе действия при низких ступенях абстракции или преемственности с использованием старых знаний.

В связи с необходимостью трансформации рефлексивной самооценки, обусловленной так называемым „рефлексивным Я”, в праксеологической рефлексии, мне кажется, полезна схема, с помощью которой в [3, с.193-194] праксеологическая рефлексия операционализована и в тоже время конкретизирована в системе отношений „учитель-ученик” посредством вопросов типа: *Для чего, где и как может послужить тебе это знание (умение)? Как можно использовать это – вообще в практике людей и в твоей личной практике? Как можно сделать это (действие, знание) лучше (еще лучше)? Что еще тебе нужно знать и уметь, чтобы сделать это более качественно? Для чего мне будет нужно это (знание, умение); как могу его использовать в моей будущей жизни; где и когда могу его применить на практике?* и т. д.

Учитель должен быть подготовлен еще в университете к ответу на такие вопросы, чтобы у него сформировалась и развивалась праксеологическая рефлексия. В связи с этим ещё отчетливее проявляется необходимость мотивации изучения математической теории. Например, в процессе овладения решением и применения так называемых „базовых задач” подходящими являются вопросы типа: *Почему и как достигается решение определенной базовой задачи? При помощи каких идей решается она? В чем состоит ее целесообразность?* Так как при решении критериальных задач нельзя применять конечные результаты, запомненные из базовых задач, то работа должна быть направлена на овладение общими идеями, подходами, методами их решения. Теоретические знания важны для осуществления содержательной математической деятельности посредством задач, но не менее полезными являются и соответствующие „базовые задачи”. В этом отношении мой собственный опыт показывает следующее:

- Опыт учащихся в решении математических задач значительно ниже опыта учителя, поэтому при ознакомлении с базовыми задачами определенной темы или раздела, они могли бы довериться учителю и принять его рекомендацию о роли и значимости базовых задач и тем самым сэкономить ценное учебное время для их мотивации.

- Базовых задач по теме или разделу не должно быть много (чтобы не обременяли и не демотивировали ученика); их надо представить обобщенно в группах, с акцентом на возможности установить через них некоторые связи между математическими объектами; нужно выявлять

общую идею решения, которая характерна для группы базовых задач (например „связывающий элемент”[14], „вспомогательный параметр”[16], „вспомогательная фигура” [23], „дополнительные построения”[21] и др.).

▪ Учитель должен быть подготовлен еще в университете к усвоению технологий формирования и развития праксеологической рефлексии. Поэтому для студентов – будущих учителей математики важно, чтобы после рассмотрения нескольких сравнительно сложных задач они сами разрабатывали набор базовых задач (которые применимы к решению рассмотренных задач и сходных им), чье предназначение похоже на предназначение так называемых „расширенных определений” (по Ив. Ганчеву [6]).

Для развития праксеологической рефлексии значительно помогает формулирование и рассмотрение практических задач, математическими моделями которых являются определенные математические задачи (содержательные в данном отношении). Такой, например, является следующая задача: „Парковую площадь в форме равнобедренной трапеции нужно засадить цветами. Планируется эту площадь поливать последовательно с помощью двух устройств, которые поливают круговые площади $k_1(O_1, R_1)$ и $k_2(O_2, R_2)$, как это показано на рис. 2.

Длины радиусов R_1 и R_2 можно регулировать через давление воды в соответствующих устройствах. Необходимо заранее определить местоположения O_1 и O_2 этих устройств, а также и общую часть двух кругов k_1 и k_2 , чтобы ее засадить цветами, которые требуют в два раза больше воды, чем остальные цветы. „Построить” точки O_1 и O_2 так, чтобы вне трапеции расходовалось наименьшее количество воды” [19, с. 355].

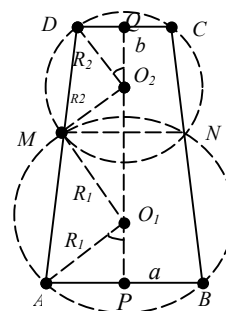


Рис. 2.

Эта задача является „практическим” прообразом следующей задачи на построение [18, с. 84]: „Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AB = a$ и $CD = b$, $a > b$ и острым углом α при большем основании. Построить две окружности $k_1(O_1, R_1)$ и $k_2(O_2, R_2)$ так, чтобы:

1) k_1 проходила через вершины A и B , а k_2 – через вершины C и D , причем k_1 и k_2 должны пересекаться в точках M и N , лежащих соответственно на боковых сторонах AD и BC и $O_1O_2 > R_1$;

2) сумма $R_1^2 + R_2^2$ была наименьшей”.

„Практический” вариант усиливает формирующий „праксеологический рефлексивный” потенциал (см. комментарии в цитированной статье [19]). Рефлексия собственного опыта дает мне основание принять термин „рефлексивная практическая задача” [3, с. 196].

В связи с проблемой формирования праксеологической рефлексии у учащихся и студентов, в [3, с.197] рекомендуется реализовывать модель и стиль обучения, при которых учебная задача трансформируется в

практическую и учебные действия синтезируются в **учебно-практические**. При таком обучении учащиеся обучаются делать свои практические действия в единстве с познавательными действиями, т.е. они приобретают профессиональную компетенцию в единстве с усвоением и овладением этими способами действий. В этом отношении для обучения студентов – будущих учителей математики, представляют интерес разработки Р. Мавровой в [17], где отражен опыт автора в использовании учебных и дидактических задач – как на семинарских занятиях по методике обучения математике, так и во время педагогической практики студентов.

Рефлексивный подход в обучении, который основывается на модели на рис. 1, по-моему, оказывает сильное воздействие на развитие способностей решающего данную задачу и мобилизует его эффективно применять свои интеллектуальные ресурсы, некоторые из которых являются недостаточно осознанными и даже неявными знаниями. Часто при решении задач с преобладающими эвристическими компонентами субъект проводит разнообразную аналитико-синтетическую деятельность, но все-таки он не успевает своевременно открыть решение. Иногда даже встречается ситуация, когда он уже собирается отказаться от этой задачи, вдруг в его сознании возникает так называемый „инсайт” – озарение, внезапная реорганизация, в результате чего, вместе с открытием решения, учащийся испытывает и исключительные положительные эмоции, которые надолго поддерживают его активность по отношению к рассматриваемому виду задач. Как указано в [1, с.430], термин „инсайт” ввел В. Кьолер при определении типичного поведения индивида в проблемных ситуациях. Механизмы этого процесса все еще невыяснены. Может быть, на их уточнение повлияют существенно дальнейшие исследования по теории рефлексии. Основание для такого вывода мне дает и следующее мнение С. Гроздева [26, с. 40]: три процесса характеризуют инсайт (озарение): селективное раскодирование (осознание противоречий), селективное комбинирование (преодоление противоречий) и селективное сравнение. Мне кажется, что преодоление противоречий – самый существенный из этих процессов, так как он наиболее узко связан с системой факторов, от которых зависит инсайт: предыдущий опыт; как часто решаются проблемные задачи; уровень мотивации; эмоциональное напряжение личности. Именно предыдущий опыт, его актуализация и активизация, а также и „выход на свет” неявных знаний, все это тесно связано с рефлексией. Определенное теоретическое объяснение этих связей можно увидеть в трудах В. Василева ([2], [3]), которые относятся к понятию „праксеологическая рефлексия” (хотя, в этих публикациях связи последней с инсайтом конкретно не указаны). Мои соображения в этом направлении основываются на следующем. В [2, с. 62-63] автор рассматривает теорию **практического интеллекта** и защищает следующий тезис: чтобы эта

теория была достаточно убедительно обоснованной и более универсально работающей, она должна быть дополнена идеей о праксеологической рефлексии. Именно эта рефлексия „есть тот феномен-процедура, с помощью которой неявные знания можно осознать вторично, придать им, при необходимости, словесную форму, соотнести и синхронизировать их с теоретическими знаниями; таким образом неявные знания можно превратить в явные („презентировать” их в сознании) и развивать, и усовершенствовать их через взаимодействие с теоретическим опытом человечества, а не только с индивидуальным опытом отдельного человека” [2, с. 63].

Необходимо отметить, что в ряде случаев неявные знания учащегося в некоторых направлениях преобладают над явными. Возможно это так, потому что учащийся приобретает определенные явные знания (и то, когда он достаточно сосредоточен) под руководством обучающего за определенное фиксированное учебное время. Но нельзя пренебречь и тем фактом, что ежедневно в разных отрезках учебного и внеучебного времени учащийся приобретает и неявные знания (в смысле неосознанно, мимоходом, без специальной настройки). А при инсайте именно точно определенный круг неявных знаний может послужить в процессе решения важного практического вопроса. Проблема состоит в том, как организовать и осуществить деятельность „поиск решения”, чтобы неявные знания всплывали и достигали уровня осознанности точно тогда, когда нужны (в практическом плане). Акцент здесь падает на **организацию** учебной деятельности с целью проявления праксеологической рефлексии не только по отношению к явным знаниям, но и к относительно неявным. В связи с этим интерес представляет идея извлечь следующий полезный вывод о праксеологической рефлексии: „Человек может стать личным технологом своей профессиональной и житейской практики двумя взаимно связанными и обусловленными способами: 1) превращая свои неявные знания в явные с помощью рефлексивного их осознания; и 2) преобразуя свои явные знания в конкретные (и осознанные!) практические умения через праксеологическое их переосмысление и преобразование” [2, с.63].

В сфере обучения математике значительный вклад в развитие рефлексивной проблематики у нас в Болгарии сделан в научных трудах М. Георгиевой [7], [25], С. Гроздева [26], Ив. Ганчева [6] и др. Проблема рефлексии и ее применения исследована более обстоятельно в монографии [7]. Сконструированная там концептуальная модель технологии рефлексивного обучения математике и разработанный дидактический инструментарий для саморегуляции, самоконтроля и самооценки, а также и для самоорганизации могут служить образцом в других исследованиях в области методики обучения математике.

Как отмечено в [2], подход в обучении есть норма, построенная на ведущей идее и связанных с ней принципах „приближения” к заданной

идеальной педагогической цели. Из литературного обзора ([2], [3], [7], [11], [15], [20], [24], [25] и др.) можно сделать вывод, что идеальная цель рефлексивного подхода – самоактуализирующаяся и саморазвивающаяся личность. Рефлексивный подход, представленный в [2], основан на ведущей идеи-ценности: „Учащийся имеет потенциал осознать самого себя и аспекты своей жизни” [2, с. 73]. Основные принципы, с которыми связывается эта идея-ценность, это принципы: активности, сознательности, рефлексивности и толерантности. По мнению авторов, „Рефлексивный подход должен создавать подходящую образовательную среду, в которой учащийся может успешно осуществлять акты самовосприятия, самонаблюдения, самоописания и пр. „само-” (таблица 4, с. 79), чтобы устремиться и к самоактуализации...” [2, с. 78]. Другими словами, рефлексивный подход ставит акцент на рефлексивном потенциале субъектов в обучении – ученика и учителя, причем этот подход *„целенолагает ученика как самоактуализирующуюся и самореализирующуюся личность”* [2, с. 81].

Принцип рефлексивности в обучении основывается на следующей особенности познавательного процесса: „... при каждом сознательном познавательном акте осуществляется двуединное отражение – субъекта и объекта” [10, с. 491]. Причем рефлексивность (как психическое свойство) отличается от рефлексии (как психического процесса), но она может быть связана с проявлениями рефлексии в деятельности, в общении и в самопознании [2, с. 83]. Этот принцип требует большей активности, сознательности и рефлексивности со стороны учителя, так как он должен не только организовать проявление рефлексии, развивать рефлексивный потенциал учащегося, но и учебного содержания, создавая условия для активизации у него интеллектуальной и/или праксеологической рефлексии над учебным знанием по конкретному учебному предмету.

Ради узкой иерархической связи между указанными тремя принципами, некоторые авторы объединяют их в один – принцип активности, сознательности и рефлексивности. Применяемые отдельно, они влияют в основном на процессуальную сторону обучения, а объединенные рефлексивным подходом – и на его содержательную сторону.

С целью достижения единства между требованиями трех принципов, авторы монографии [2] включили еще один основной принцип – толерантность в обучении. Он требует от субъектов осуществлять равнопоставленный диалог. Этот принцип соответствует идеям, заложенным в концепции об образовании XXI века – научиться жить вместе и научиться быть. Первая идея относится к моральным и культурным сторонам образования с целью понимания других людей, а другая – к воспитанию индивида как личности, которая должна быть

„способной решать свои собственные проблемы, принимать самостоятельные решения и брать на себя ответственность” [9, с. 93].

Как видно из [2], особое внимание авторы обращают на процессы, актуализирующие личную, интеллектуальную, праксеологическую и диалоговую рефлексии, а также на „внешний” контроль и самоконтроль. Правильно они заключают, что рефлексивный подход должен создавать образовательную среду, в которой учащийся успешно может осуществлять так называемые самоакты (самовосприятие, самонаблюдение, самописание, самоопределение, самопредставление, самооценку, самоконтроль, само-регулирование, самоуправление, самоорганизацию [там же, с. 79]). Однако, последнее не реализовано в их модели.

На основе сделанного выше литературного обзора и обобщения существующей информации в указанном аспекте стало возможным сконструировать структурную модель, которую представляю на рис. 3.

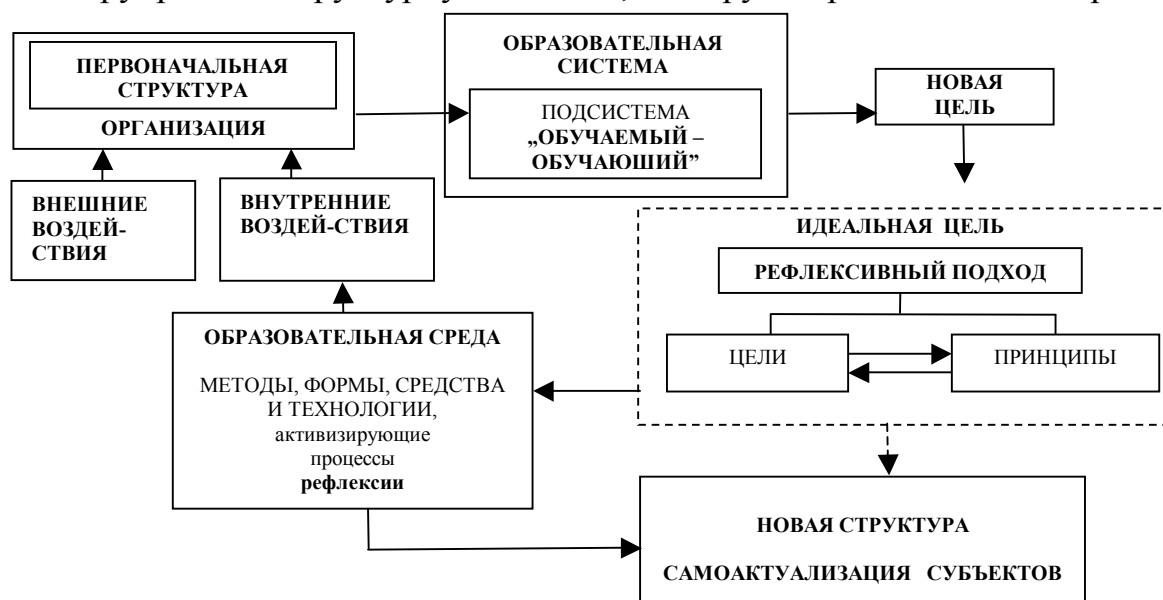


Рис. 3. Структурная модель системы „обучаемый – обучающий” в контексте рефлексивного подхода в соответствующей образовательной среде

Для нее, в сравнении с цитированной моделью, можно отметить дополнения в следующем направлении: отражение возможных воздействий на организацию системы и компонентов соответствующей образовательной среды, чтобы постичь цели – **самоактуализация** субъектов. Естественно, ожидаемый конечный результат – постижение новой позитивной структуры системы. Под самоактуализацией здесь понимаю стремление субъекта к полному использованию своих возможностей, с учетом достижения „самому (без помощи извне) вершин своего духовного и творческого потенциала. При этом сознательный выбор целей в пользу роста – к самоактуализации осуществляется в проблемных

ситуациях. Само-актуализация – это движение от переходных и нереальных проблем к реальным проблемам ...” [2, с. 74]. Последние характеристики само-актуализации дают идею развивать проблему поиска механизмов и технологий для ее осуществления с точки зрения самоорганизации в синергетичном аспекте. Это будет реализовано в других публикациях.

В дополнение к схеме, можно снова подчеркнуть смысл некоторых базовых понятий.

Цель системы „обучаемый – обучающий”: усовершенствование технологическо-процессуальной стороны обучения.

Идеальная цель рефлексивного подхода: самоактуализирующиеся и саморазвивающиеся субъекты.

Принципы: активность, сознательность, толерантность, рефлексивность.

Подсистема „обучаемый – обучающий”, первоначальная структура которой имеет определенную организацию, под влиянием внешних и/или внутренних воздействий ставит себе новую цель, которая впоследствии превращается в идеальную цель подсистемы. Через рефлексивный подход, базирующийся на определенных целях и указанных принципах, формируется соответствующая образовательная среда (включающая подходящие методы, формы, средства и технологии), в результате чего актуализируются процессы рефлексии, а это, со своей стороны, приводит к самоактуализации самих субъектов (и обучаемого, и обучающего), т.е. возникает новая структура. Эта новая структура является первоначальной структурой последующего цикла обучения. Таким образом, на самом деле реализуется спиралевидный принцип в обучении в контексте рефлексивного подхода.

Как уже было отмечено, основной акцент при реализации рефлексивного подхода падает на организацию учебной деятельности с целью активизации интеллектуальной рефлексии и проявления праксеологической рефлексии как в отношении явных знаний, так и относительно неявных знаний. Можно сказать, что здесь главная цель, „конечная дистанция” – чтобы субъект стал личным технологом своей практики на основе использования и развития в основном праксеологической рефлексии. В технологичном плане выход из этой проблемы можно искать в разработках, посвященных так называемому „синергетическому подходу” в обучении.

Литература

1. Български енциклопедичен речник А - Я. По идея и с ред. на И. Габеров, В.Търново, 2000, 1328 с.
2. Василев, В., Й. Димова, Т. Коларова-Кънчева. Рефлексия и обучение. 1. част: Рефлексията – теория и практика. Пловдив: „Макрос”, 2005, 144 с.

3. Василев, В. Рефлексията в познанието, самопознанието и практиката. Пловдив: „Макрос”, 2006, 290 с.
4. Выготский, Л. С. Собранные сочинения в шести томах. Т. 3, Т. 6, М., 1983, 1984.
5. Гальперин, П. Я. Основные результаты исследования по проблеме „Формирование умственных действий и понятий”. М.: „Педагогика”, 1965, 176 с.
6. Ганчев, Ив. Основни учебни дейности в урока по математика (синтез на резултати от различни изследвания), С.: Модул-96”, 1999, 198 с.
7. Георгиева, М. Рефлексията в обучението по математика (V-VI клас). В. Търново, 2001, 199 с.
8. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения. М.: ИНТОР, 1996, 408 с.
9. Делор, Ж. и др. Образованието – скрито съкровище. Доклад на Международната комисия за образование за XXI век, пред ЮНЕСКО. (UNESCO–Paris), прев. на бълг. ез., ЮНЕСКО, 1997, 264 с.
10. Десев, Л. Речник по психология. Четвърто прераб. изд. С.: „Булгарика”, 1999, 720 с.
11. Димова, Й. Учебни задачи за моделиране и организиране на рефлексията в обучението по химия. – В: Научни трудове на ПУ”Паисий Хилендарски”, том 34, кн. 2, Методика на обучението, 1997, с. 37-42.
12. Дьюи, Д. Психология и педагогика мышления. Пер. С англ. М.: „Совершенство”, 1997, 324 с.
13. Коларова-Кънчева, Т. Интелектуалната рефлексия в обучението по биология в 9. клас. – Автореферат. Пловдив, 2003.
14. Лалчев, З. В., И. З. Вутова. Свързващ елемент. – Математика и математическо образование, С.: Изд. на БАН, 2003, с. 369-373.
15. Лепский, В.Е. Рефлексивный подход – знамение времени. – Знание – сила, 2002, № 3.
16. Маврова, Р., В. Милушев. Въвеждане на помощно неизвестно при решаване на геометрични задачи. – Математика и информатика, 2001, № 6, с. 33-39.
17. Маврова, Р., Н. Николов, Т. Николова. Сборник дидактически задачи по методика на обучението по математика. Пловдив: „Макрос 2000”, 1993, 173 с.
18. Милушев, В.Б., Д. Г. Френкев. Модел за решаване на задачи за построение от определен вид. Научни трудове на ПУ, том 41, кн. 2, Методика на обучението, 2004, с. 81-92.
19. Милушев, В. Б., Д. Г. Френкев. Подход за формиране и развиване мотивационната сфера на ученика в обучението по математика. – В: Математика и математическо образование, С.: Изд. на БАН, 2005, с. 352-357.
20. Милушев, В. Б., Д. Г. Френкев. За един рефлексивен модел на обучение и негово приложение. – В: Математика и математическо образование, С.: Изд. на БАН, 2008, с. 61-72.
21. Милушев, В., Р. Маврова. Приложение на метода анализ за мотивиране на допълнителни построения и откриване на решения на задачи по планиметрия. – В сб. доклади на Юбилейната научно-практическа конференция “Науката, методиката и училището” – ПУ филиал Смолян, 28-29.05.2002, с. 24–27.

22. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды. Психология интеллекта. Логика и психология. М.: „Просвещение”, 1992, 386 с.
23. Табов, Й. Как да търсим фигури. – Елементарна математика - омега, 1992, № 1, с. 28–31.
24. Тарасенкова Н. А. Учебная деятельность в семиотическом контексте. – „Эвристическое обучение математике”, Тезисы докл. международной научно-методической конференции (15-17.11.2005г.), Донецк: Изд. ДонНУ, 2005, с. 118–119.
25. Georgieva, M., I. Ganchev. Reflection and Creative Achievements of High Ability Mathematics Students in Solving Geometric Problems. Isfahan University of Technology, Geometry and Mathematics Competitions, Melbourne, Australia, 2002.
26. Grozdev, S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). Sofia, 2007, 295 p.
27. Schon, D. A. The reflective Practitioner. How professionals think in action. N.Y.: Basic Books, 1983.

Резюме. Милушев В. Б. Рефлексия и рефлексивный подход в обучении математике. В статье рассматриваются элементы теории рефлексии, а именно – типы интеллектуальной рефлексии и праксеологической рефлексии. Представлена модель овладения математическими знаниями в соответствии со связями между этими двумя типами рефлексии. Построена структурная модель системы „обучаемый – обучающий” в контексте рефлексивного подхода в соответствующей образовательной среде.

Ключевые слова: теория рефлексии, интеллектуальная и праксеологическая рефлексия, математические знания.

Summary. Milloushev V. B. Reflexion and the reflexive approach in teaching mathematics. The article considers elements of the reflexion theory and, in particular, the types of intellectual reflexion and praxiological reflexion. A model is presented for the acquisition of mathematical knowledge in concordance with the interrelations between these two types of reflexion. A structural model of the trainee-trainer system is constructed in the context of the reflexive approach in a relevant educational environment.

Keywords: reflexion theory, intellectual reflexion and praxiological reflexion, mathematical knowledge.

Надійшла до редакції 11.12.2008 р.