УДК 62:519.25

С. О. Шматок, О. С. Шматок, А. Б. Петренко

ВИЗНАЧЕННЯ ПОРОГУ ОБНУЛЕННЯ ОБЛАСТІ ЗАХОПЛЕННЯ СТОХАСТИЧНОГО ДИСКРЕТНОГО СЛІДКУЮЧОГО ВИМІРЮВАЧА ПАРАМЕТРІВ ПОВІТРЯНИХ ЦІЛЕЙ НА ОСНОВІ УМОВ СТАЛОСТІ

У роботі визначаються умови зриву автоматичного слідкуючого вимірювання (оцінювання) координат повітряних цілей і обнулення області захоплення ехосигналів на основі сталості стохастичних дискретних вимірювачів, які моделюються осередненими рівняннями у кінцевих різницях.

Постановка проблеми. Дослідження процесів захоплення ехосигналів та зриву автоматичного слідкуючого вимірювання їх параметрів у сучасній теорії радіолокації та радіотехнічних систем спираються на стохастичну динаміку нелінійних автоматичних систем [1, 3, 4]. На сьогодні ці завдання є актуальними, але ще до кінця не вирішеними. У режимі захоплення та автоматичного супроводження на дискретні слідкуючі вимірювачі впливають випадкові шуми та завади. З появою таких сигналів робота дискретного слідкуючого вимірювача супроводжується збільшенням його похибки, що може призвести до зриву процесу супроводження або захоплення. При дії випадкових збуджень процес захоплення стає випадковим процесом.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Окреслена проблема висвітлюється в роботах Ван Тріса, Тихонова В. І., Первачова. С. В, Обрєзкова Г. В., Розевіга В. Д., Сигалова Г. Г., Яшугіна Є. О. та ін. Зокрема, для розв’язання цих задач використовувалися: апарат дифузійних рівнянь Фоккера-Планка-Колмогорова, теорії викидів за деякий поріг та сталості нелінійних автоматичних систем.

Формулювання завдання дослідження. У даній роботі розглянемо умови сталості стохастичних дискретних слідкуючих вимірювачів координат повітряних цілей, які базуються на сталості рішень осереднених рівнянь у кінцевих різницях. Встановлені таким чином умови сталості нелінійних стохастичних автоматичних систем використаємо для визначення умов зриву автоматичного слідкуючого вимірювання координат повітряних цілей та обнулення області захоплення [3, 4].

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що при відомих задаючому та збурюючому впливах зв’язок між математичним сподіванням похибки оцінювання параметра повітряної цілі $m_{\varepsilon,n}$ та першою кінцевою різницею детермінованої складової задаючого впливу (наприклад, для лінійної функції $x(t) = a \cdot t$) маємо: $\Delta m_{X,n} = a(n+1)T - anT = aT\big|_{T=1} = a$, тобто $\Delta m_{X,n} = a$ задається рівнянням:

$$a = m_\varepsilon \psi_1 = m_\varepsilon \psi_1 \left[k_0(m_\varepsilon, \theta_\varepsilon), \lambda_1, \ldots, \lambda_i\right], - \qquad (1)$$

а зв'язок між дисперсією похибки оцінювання θ_ε та дисперсією збурюючої завади θ_ξ, – відповідно, рівнянням:

$$\theta_\xi = \theta_\varepsilon \psi_2 = \theta_\varepsilon \psi_2 \left\{k_1(m_\varepsilon, \theta_\varepsilon)\left[2 - \alpha k_1(m_\varepsilon, \theta_\varepsilon)\right], \lambda_1, \ldots, \lambda_i\right\}, \qquad (2)$$

де $\lambda_1, \ldots, \lambda_i$ – параметри вимірювача, завад та інших впливів.

Залежності (1) та (2) легко отримуються із рівнянь математичної моделі слідкуючого вимірювача [1, 2]:

$$\Delta m_{\varepsilon,n} = \Delta m_{X,n} - \alpha \cdot m_{\varepsilon,(n-1)} k_0 \left(m_{\varepsilon,(n-1)}, \theta_{\varepsilon,(n-1)} \right), \tag{3}$$

$$\Delta\theta_{\varepsilon,n} + \theta_{\varepsilon,(n-1)} \alpha k_1 \left(\theta_{\varepsilon,(n-1)} \right) \left[2 - \alpha k_1 \left(\theta_{\varepsilon,(n-1)} \right) \right] = \left(\alpha k_2 \right)^2 \cdot 0.5 g_e^2, \tag{4}$$

де k_0, k_1, k_2 – коефіцієнти статистичної лінеаризації дискримінаційної та флуктуаційної характеристик;

α – коефіцієнт перетворення слідкуючого дискретного вимірювача;

g_e – випадкове збурення.

При обнуленні перших кінцевих різниць $\Delta m_{\varepsilon,n} = \Delta\theta_{\varepsilon,n} = 0$ рівняння (3) та (4) визначають похибки, що встановлюються в слідкуючому вимірювачі. Виникає питання: чи буде цей встановлений режим сталим? Відповідь на це запитання можна отримати, якщо виконати стандартне дослідження сумісного розв’язання осереднених рівнянь у кінцевих різницях на сталість, тобто вивести отриманий встановлений розв’язок із положення рівноваги та упевнитися у тому, що система дослідження повернеться до початкового стану. Якщо це не відбудеться внаслідок втрати сталості, то необхідно визначити критичні або порогові значення параметрів, за яких вона втрачається [3]. Для визначення граничних значень $m_{\varepsilon,n}$ та θ_ε, починаючи з яких сумісне розв’язання рівнянь (1) та (2) відсутнє, а слідкуючий вимірювач несталий, необхідно надати приросту задаючому сигналу δa та визначити відповідний приріст математичного сподівання й дисперсії похибки оцінювання параметрів повітряної цілі δm_ε та $\delta\theta_\varepsilon$. Тоді

$$\begin{cases} a + \delta a = \left(m_\varepsilon + \delta m_\varepsilon \right) \psi_1 \left[k_0 \left(m_\varepsilon + \delta m_\varepsilon, \theta_\varepsilon + \delta\theta_\varepsilon \right), \lambda_1, ..., \lambda_i \right]; \\ \theta_\xi = \left(\theta_\varepsilon + \delta\theta_\varepsilon \right) \psi_2 \left[k_1 \left(m_\varepsilon + \delta m_\varepsilon, \theta_\varepsilon + \delta\theta_\varepsilon \right), \lambda_1, ..., \lambda_i \right]. \end{cases} \tag{5}$$

Перетворимо функції ψ_1 та ψ_2 до ряду Тейлора й обмежимося лінійними членами цього розкладу:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 \left[k_0 \left(m_\varepsilon + \delta m_\varepsilon, \theta_\varepsilon + \delta\theta_\varepsilon \right), \lambda_1, ..., \lambda_i \right] &= \psi_1 + \frac{\partial \psi_1}{\partial k_0} \left[\frac{\partial k_0}{\partial m_\varepsilon} \delta m_\varepsilon + \frac{\partial k_0}{\partial \theta_\varepsilon} \delta\theta_\varepsilon \right] \\ \psi_2 \left[k_1 \left(m_\varepsilon + \delta m_\varepsilon, \theta_\varepsilon + \delta\theta_\varepsilon \right), \lambda_1, ..., \lambda_i \right] &= \psi_2 + \frac{\partial \psi_2}{\partial k_1} \left[\frac{\partial k_1}{\partial m_\varepsilon} \delta m_\varepsilon + \frac{\partial k_1}{\partial \theta_\varepsilon} \delta\theta_\varepsilon \right] \end{aligned} \right\}, \tag{6}$$

де аргументи коефіцієнтів статистичної лінеаризації дискримінаційної характеристики для спрощення не записані. Праві частини рівняння (6) необхідно підставити до відповідних формул (5) та видалити із результату усталені розв’язки рівнянь (1) та (2). Не враховуючи члени другого порядку малості, отримуємо систему рівнянь відносно приростів математичного сподівання та дисперсії похибки оцінювання параметрів радіосигналів:

$$\left. \begin{aligned} \delta m_\varepsilon \left(\psi_1 + m_\varepsilon \frac{\partial \psi_1}{\partial k_0} \cdot \frac{\partial k_0}{\partial m_\varepsilon} \right) + m_\varepsilon \frac{\partial \psi_1}{\partial k_0} \cdot \frac{\partial k_0}{\partial \theta_\varepsilon} \delta\theta_\varepsilon = \delta a; \\ \delta m_\varepsilon \theta_\varepsilon \frac{\partial \psi_2}{\partial k_1} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial m_\varepsilon} + \left(\psi_2 + \theta_\varepsilon \frac{\partial \psi_2}{\partial k_1} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial \theta_\varepsilon} \right) \delta\theta_\varepsilon = 0. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Сумісне розв’язання системи рівнянь (7) визначається детермінантом її матриці:

$$A = \begin{vmatrix} \psi_1 + m_\varepsilon \frac{\partial \psi_1}{\partial k_0} \cdot \frac{\partial k_0}{\partial m_\varepsilon} & m_\varepsilon \frac{\partial \psi_1}{\partial k_0} \cdot \frac{\partial k_0}{\partial \theta_\varepsilon} \\ \theta_\varepsilon \frac{\partial \psi_2}{\partial k_1} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial m_\varepsilon} & \psi_2 + \theta_\varepsilon \frac{\partial \psi_2}{\partial k_1} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial \theta_\varepsilon} \end{vmatrix}, \tag{8}$$

тобто якщо $det\,A \neq 0$, то система (7) може мати розв'язання, але якщо $det\,A = 0$, то сумісне розв'язання – відсутнє. Тому умовою обнулення області захоплення (умовою втрати сталості слідкуючого вимірювача) є рівність

$$\begin{aligned} det\,A = &\left(\psi_1 + m_\varepsilon \frac{\partial\psi_1}{\partial k_0}\cdot\frac{\partial k_0}{\partial m_\varepsilon}\right)\left(\psi_2 + \theta_\varepsilon \frac{\partial\psi_2}{\partial k_1}\cdot\frac{\partial k_1}{\partial\theta_\varepsilon}\right) - \\ &-\theta_\varepsilon\cdot m_\varepsilon \frac{\partial\psi_2}{\partial k_1}\frac{\partial k_1}{\partial m_\varepsilon}\frac{\partial\psi_1}{\partial k_0}\cdot\frac{\partial k_0}{\partial\theta_\varepsilon} = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Розв'язати отримане рівняння (9) досить важко, тому необхідно застосувати певні спрощення. Наприклад, припустимо, що динамічна похибка мала або відсутня, тобто $m_\varepsilon = 0$. При цьому із (9) маємо $\psi_2 + \theta_\varepsilon \dfrac{\partial\psi_2}{\partial\theta_\varepsilon} = 0$ або $\dfrac{\partial\theta_\varepsilon\psi_2}{\partial\theta_\varepsilon} = 0$, але $\theta_\varepsilon\psi_2 = \theta_\xi$, і тому умова обнулення області захоплення зводиться до рівняння

$$\frac{\partial\theta_\xi}{\partial\theta_\varepsilon} = 0, \tag{10}$$

яке відповідає максимуму залежності $\theta_\xi(\theta_\varepsilon)$.

Виконаємо перевірку (10) на осередненому рівнянні (4), яке визначає величину дисперсії похибки для усталеного режиму вимірювача. Для цього режиму маємо

$$\left.\begin{aligned} \Delta\theta_{\varepsilon,n} &= 0; \\ \theta_{\varepsilon,n} = \theta_{\varepsilon,(n-1)} &= \ldots = \theta_\varepsilon \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

та із (4) отримуємо

$$\theta_\varepsilon = \frac{\alpha\theta_\xi}{\alpha k_1^2(\theta_\varepsilon) - 2k_1(\theta_\varepsilon)}. \tag{12}$$

Обчислимо похідну від (12), що дає

$$\alpha = \frac{2\left(k_1(\theta_\varepsilon) + \theta_\varepsilon \dfrac{\partial k_1(\theta_\varepsilon)}{\partial\theta_\varepsilon}\right)}{k_1^2(\theta_\varepsilon) + 2\theta_\varepsilon k_1(\theta_\varepsilon)\dfrac{\partial k_1(\theta_\varepsilon)}{\partial\theta_\varepsilon}}$$

або

$$\alpha = \frac{2\left(1 + \theta_\varepsilon \dfrac{\partial k_1(\theta_\varepsilon)}{\partial\theta_\varepsilon}\cdot k_1^{-1}(\theta_\varepsilon)\right)}{k_1(\theta_\varepsilon) + 2\theta_\varepsilon \dfrac{\partial k_1(\theta_\varepsilon)}{\partial\theta_\varepsilon}}. \tag{13}$$

Рівняння (13) може бути отримане також іншим шляхом [2], оскільки цей вираз відповідає екстремуму різницевої фазової траєкторії слідкуючого дискретного вимірювача у вигляді залежності

$$extr\left\{2\theta_{\varepsilon,n}k_1(\theta_{\varepsilon,n}) - \alpha\theta_{\varepsilon,n}k_1^2(\theta_{\varepsilon,n})\right\} \cong \theta_л^{пор}.$$

У граничному випадку ($b\theta_л^{пор} = 0{,}696$ при $\alpha = 1$) на різницевій фазовій кривій залишається лише одна точка сталої рівноваги з координатами (0, $b\theta_0^{пор} = 2$), саме вона є граничним значенням величини області захоплення. Граничне значення дисперсії похибки оцінювання зручно вимірювати за допомогою одиниць дисперсії похибки оцінювання лінійної моделі слідкуючого вимірювача, яку можна співвіднести також до напіврозкриву статичної характеристики дискримінатора:

$$\frac{9}{\vartheta^2}\theta_{\varepsilon}^{пор} = 0{,}696 \text{ або } \frac{\theta_{\varepsilon}^{пор}}{\vartheta^2} = \frac{0{,}696}{9} \cong 0{,}0773.$$

Якщо в цьому виразі перейти до середньоквадратичних значень похибки оцінювання, то отримаємо умову обнулення області захоплення на основі теорії сталості стохастичної дискретної системи:

$$\frac{\sigma_{л}^{пор}}{\vartheta} = 0{,}278.$$

Висновок. Таким чином, умова існування сумісного розв'язання осереднених різницевих рівнянь відносно математичного сподівання та дисперсії похибки оцінювання збігається з умовою обнулення області захоплення, яка знаходиться за екстремумом різницевої фазової траєкторії дискретного вимірювача відносно дисперсії похибки оцінювання. Ці умови визначають нульове значення області захоплення дискретного слідкуючого вимірювача параметрів повітряної цілі, а отже, умови зриву процесу стеження за об'єктом (нею).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шматок С. О. Математичні моделі дискретних нелінійних стохастичних слідкуючих систем вимірювання швидкості / С. О. Шматок, О. С. Шматок, А. Б. Петренко // Збірник наукових праць. – Житомир : ЖВІРЕ. – 2007. – Вип. 12. – С. 18 – 25.
2. Шматок С. О. Області захоплення дискретних стохастичних слідкуючих вимірювачів неенергетичних параметрів радіосигналів / С. О. Шматок, О. С. Шматок, А. Б. Петренко // Вісник НАУ. – 2008. – № 3. – С. 183 – 188.
3. Обрезков Г. В. Методы анализа срыва слежения / Г. В. Обрезков, В. Д. Разевиг. – М. : „Сов. радио", 1972. – 382 с.
4. Сигалов Г. Г. Основы теории дискретных систем управления / Г. Г. Сигалов, Л. С. Мадорский. – Минск : „Вышэйшая школа", 1973. – 438 с.

Подано 09.11.09

С. А. Шматок, А. С. Шматок, А. Б. Петренко

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА ОБНУЛЕНИЯ ОБЛАСТИ ЗАХВАТА СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИСКРЕТНОГО СЛЕДЯЩЕГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

В работе определяются условия срыва автоматического следящего измерения (оценивания) координат воздушных целей и обнуления области захвата эхосигналов на основе устойчивости стохастических дискретных измерителей, которые моделируются усредненными уравнениями в конечных разностях.

S. O. Shmatok, O. S. Shmatok, A. B. Petrenko

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА ОБНУЛЕНИЯ ОБЛАСТИ ЗАХВАТА СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИСКРЕТНОГО СЛЕДЯЩЕГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

In work are defined condition of the failure automatic watching measurements (value) of the coordinates air integer and zeroizing the area of the seizure echosignal on base of stability of the stochastic discrete meters, which are prototyped by averaged equations.