

ЗМІЩЕНА Т-СХЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ НА ОСНОВІ СТЕПЕНЕВИХ ФУНКЦІЙ

Пропонується обчислювальна схема інтегрування звичайних диференціальних рівнянь зміщеними диференціальними перетвореннями нетейлорівського типу на основі степеневих функцій. Запропонована схема має оптимальний порядок точності і є А-стійкою, що дозволяє ефективно застосовувати її у завданнях балістики для розв'язання жорстких диференціальних рівнянь.

Постановка проблеми. Переважна більшість балістичних задач ґрунтується на інтегруванні відповідних диференціальних рівнянь – розв'язанні задачі Коші для звичайного диференціального рівняння. Виходячи з цього, розробці ефективних методів для розв'язання таких задач надається велике значення. Це стосується також методів розв'язку жорстких балістичних задач – розв'язання задачі Коші для жорсткого диференціального рівняння. Воно проводиться одним з неявних методів числового інтегрування звичайних диференціальних рівнянь шляхом розробки відповідної обчислювальної схеми інтегрування. Можливим варіантом розв'язання жорсткої задачі Коші є використання операційного методу диференціальних перетворень [4].

Огляд останніх досліджень. Питання розробки неявних обчислювальних схем на основі диференціальних перетворень (далі Т-схеми) розглянуті в [4, 5], неявних апроксимаційних Т-схем – у [6, 7] і зміщених Т-схем – у [8]. У роботах [9, 10] показано, що введення апроксимаційних поправок [7] або проведення взаємного врахування основного і зміщеного Т-спектрів [4, 8] приводить до збільшення точності та значного розширення області абсолютної стійкості неявних Т-схем. При цьому найкращі характеристики: зі стійкості – А-стійкість – у зміщених Т-схем [10], а з точності – надмірний порядок точності – у неявних Т-схем [4, 9] і неявних апроксимаційних Т-схем [7].

Формулювання завдання дослідження. Серед традиційних числових методів розв'язання задачі Коші існують неявні методи Рунге-Кутта оптимального порядку, які суміщають А-стійкість і надмірний порядок точності [2]. Можливим шляхом розробки Т-схем, які будуть мати А-стійкість і надмірний порядок точності, може бути одночасне використання апроксимуючих поправок і взаємного врахування основного і зміщеного Т-спектрів.

Виходячи з викладеного вище, **метою статті** є розробка А-стійкої з оптимальним порядком точності апроксимаційної обчислювальної схеми розв'язання задачі Коші для звичайного диференціального рівняння на основі зміщених диференціальних перетворень.

Виклад основного матеріалу. Задача Коші для звичайного диференціального рівняння має вигляд:

$$\frac{du}{dt} = f(t, u), \quad t > 0, \quad u(t = 0) = u_0, \quad (1)$$

де $u = u(t)$ – шукана функція;

t – незалежна змінна;

u_0 – початкова умова;

$f(t, u)$ – задана вектор-функція, що задовольняє умові Ліпшиця [1].

Диференціальними перетвореннями називають функціональні перетворення вигляду [11, 12]:

$$Z(k) = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k z(t)}{dt^k} \right]_{t_*}, \quad z(t) = \varphi(t), \quad (2)$$

де t – аргумент, за яким проводиться перетворення;

t_* – значення аргументу, при якому проводиться перетворення;

H – відрізок аргументу, на якому розглядається функція $z(t)$;

k – цілочисловий аргумент $k = 0, 1$;

$Z(k)$ – дискретна функція за аргументом k ;

$\varphi(t)_{t_*}$ – відновлююча функція.

Вирази (2) визначають пряме й обернене диференціальне перетворення. Т-зображення $Z(k)$ прийнято називати Т-спектром, а значення функції $Z(k)$ при конкретних значеннях аргументу k – дискретами Т-спектра. У найпростішому випадку для операції відновлення використовують відрізок ряду Тейлора

$$z(t) \approx \sum_{k=0}^{k_{max}} \left(\frac{t-t_*}{H} \right)^k Z(k),$$

де k_{max} – максимальний номер дискрети, що враховується при відновленні.

Неявна Т-схема числового розв'язання задачі (1) на основі зміщених Т-перетворень – це ітераційна обчислювальна схема, в якій значення функції у точці $n+1$ розраховується так, щоб сума відрізка ряду Тейлора, обчисленого в ній, – зміщеного Т-спектра дорівнювала на середині інтервалу $[t_n, t_{n+1}]$ сумі відрізка ряду Тейлора, обчисленого в попередній точці n – прямого Т-спектра [8]:

$$\begin{cases} Y_0(k=0) = u_0, & H_n = t_{n+1} - t_n \\ Y_n(k+1) = \frac{H_n}{k+1} F_n(k), & Y_{n+1}(k+1) = \frac{H_n}{k+1} F_{n+1}(k) \end{cases} \quad (3)$$

$$\sum_{k=0}^{k_{max}} \left(-\frac{1}{2} \right)^k Y_{n+1}(k) = \sum_{k=0}^{k_{max}} \left(\frac{1}{2} \right)^k Y_n(k), \quad (4)$$

де $Y_n(k), Y_{n+1}(k)$ – Т-спектр розв'язання задачі (1) у відповідних точках обчислювальної сітки $\omega_n = \{t_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$;

$F_n(k), F_{n+1}(k)$ – Т-спектр функції $f(t, u)$ у відповідних точках ω_n .

Використовуючи (3), (4), можна послідовно (починаючи з $n = 0$) знайти розв'язання (1) – визначити на ω_n значення сіткової функції, яке береться за наближення шуканої функції $u(t_n) \approx y_n$.

Запишемо апроксимаційну зміщену Т-схему, яка відрізнятиметься від (3), (4) тільки операцією відновлення:

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k a_k Y_{n+1}(k) = \sum_{k=0}^r b_k Y_n(k), \quad (5)$$

де a_k, b_k – деякі коефіцієнти;

m, r – максимальний номер дискрети, що враховується при відновленні в прямому і зміщеному Т-спектрах.

Визначити апроксимаційну обчислювальну схему (5) можна як Т-схему нетейлорівського типу на основі зміщених степеневих функцій.

Визначимо коефіцієнти a_k, b_k з умови мінімізації похибки апроксимації схеми (5) – ψ_n . Для цього попередньо приведемо (5) з урахуванням прямого перетворення із (2) до канонічного вигляду обчислювальної схеми розв'язання задачі Коші традиційним числовим методом [1]:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^m (-1)^k a_k \frac{H_n^k}{k!} y_{n+1}^{(k)} &= \sum_{k=0}^r b_k \frac{H_n^k}{k!} y_n^{(k)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{a_0 y_{n+1} - b_0 y_n}{H_n} &= \frac{1}{H_n} \left(\sum_{k=1}^r b_k \frac{H_n^k}{k!} y_n^{(k)} - \sum_{k=1}^m (-1)^k a_k \frac{H_n^k}{k!} y_{n+1}^{(k)} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

замінімо $\tau = H_n$ і підставимо в (6) точне розв'язання задачі (1) – $u_n = u(t_n)$ у вигляді розкладу:

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \sum_{s=0}^p \frac{\tau^s}{s!} u_n^{(s)} \text{ при } p > \max(m, r) \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{k=0}^r b_k \frac{\tau^k}{k!} u_n^{(k)} - \sum_{k=0}^m (-1)^k a_k \frac{\tau^k}{k!} u_{n+1}^{(k)} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{k=0}^r b_k \frac{\tau^k}{k!} u_n^{(k)} - \sum_{k=0}^m \sum_{s=0}^{p-k} (-1)^k a_k \frac{\tau^k}{k!} \frac{\tau^s}{s!} u_n^{(k+s)} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Далі визначимо коефіцієнти a_k, b_k так, щоб максимально можлива кількість членів у (7) була нульовою. Проведемо заміну $s + k = d \Rightarrow s = d - k$:

$$\begin{aligned} \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{k=0}^r b_k \frac{\tau^k}{k!} u_n^{(k)} - \sum_{k=0}^m \sum_{d=k}^p (-1)^k a_k \frac{\tau^d}{k!(d-k)!} u_n^{(d)} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{k=0}^r b_k \frac{\tau^k}{k!} u_n^{(k)} - \sum_{d=0}^p \frac{\tau^d}{d!} u_n^{(d)} \left[\sum_{k=0}^{\min(d, m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} \right] \right), \end{aligned}$$

змінимо індекс у першій сумі з k на d і з урахуванням того, що $p > \max(m, r)$, отримаємо

$$\begin{aligned} \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{d=0}^r b_d \frac{\tau^d}{d!} u_n^{(d)} - \sum_{d=0}^p \frac{\tau^d}{d!} u_n^{(d)} \left[\sum_{k=0}^{\min(d, m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} \right] \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_n &= \frac{1}{\tau} \left(\sum_{d=0}^r \frac{\tau^d}{d!} u_n^{(d)} \left[b_d - \sum_{k=0}^{\min(d, m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{d=r+1}^p \frac{\tau^d}{d!} u_n^{(d)} \sum_{k=0}^{\min(d, m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

На підставі (8) запишемо систему для визначення коефіцієнтів a_k, b_k :

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{\min(d,m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} = b_d, \text{ при } d = 0, \dots, r \\ \sum_{k=0}^{\min(d,m)} (-1)^k a_k \frac{d!}{k!(d-k)!} = 0, \text{ при } d = r+1, \dots, p \end{cases} \quad (9)$$

У системі (9) при $d=0$ отримуємо $a_0 = b_0$, тобто (9) має нескінченну кількість розв'язків, для усунення такої ситуації візьмемо $a_0 = 1$. Тоді загальна кількість невідомих у (9) буде $m+r+1$, отже $p = m+r$.

Введемо в (9) заміну:

$$a_k^* = (-1)^k \frac{a_k}{k!}, \quad b_d^* = \frac{b_d}{d!}, \quad (10)$$

з урахуванням якої запишемо

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{\min(d,m)} a_k^* \frac{1}{(d-k)!} = b_d^*, \text{ при } d = 0, \dots, r \\ \sum_{k=0}^{\min(d,m)} a_k^* \frac{1}{(d-k)!} = 0, \text{ при } d = r+1, \dots, r+m \end{cases} \quad (11)$$

Система (11) тотожна системі для визначення коефіцієнтів апроксимації Паде для функції

$$\exp(x) = \frac{\sum_{k=0}^r b_k^* x^k}{1 + \sum_{k=1}^m a_k^* x^k} + O(x^{r+m+1}), \quad (12)$$

коефіцієнти в якій визначаються як [13]

$$\begin{aligned} a_k^* &= \frac{(-1)^k (r+m-k)!}{k! (r+m)!} \frac{m!}{(m-k)!} \text{ при } k = 0, \dots, m, \\ b_k^* &= \frac{1 (r+m-k)!}{k! (r+m)!} \frac{r!}{(r-k)!} \text{ при } k = 0, \dots, r. \end{aligned} \quad (13)$$

З врахуванням (10), (13) розв'язок системи (9) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{(r+m-k)!}{(r+m)!} \frac{m!}{(m-k)!} \text{ при } k = 0, \dots, m, \\ b_d &= \frac{(r+m-d)!}{(r+m)!} \frac{r!}{(r-d)!} \text{ при } d = 0, \dots, r. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким чином, якщо коефіцієнти зміщеної апроксимаційної Т-схеми (3), (5) розраховані відповідно до (14), то порядок її точності дорівнюватиме

$$\gamma = m+r, \quad (15)$$

з головним членом асимптотичного розкладання похибки апроксимації відповідно до (8), (9):

$$\begin{aligned} \psi_n &= O(\tau^{m+r}) \approx E_{m+r+1} \frac{\tau^{m+r}}{(m+r+1)!} u_n^{(m+r+1)} \\ \text{при } E_{m,r} &= -\sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{(m+r+1)}{(m+r+1-k)} \frac{m!}{(m-k)! k!}, \end{aligned} \quad (16)$$

де $E_{m,r}$ – коефіцієнт, що характеризує похибку обчислювальної схеми.

Дослідимо стійкість отриманої T-схеми (3), (5), (14). Для цього розглянемо модельне рівняння [1, 2]

$$\frac{du}{dt} = \lambda u, \tag{17}$$

де λ – довільне комплексне число.

Застосування (3), (5), (14) до (17) дасть характеристичне рівняння $R(\mu)$ досліджуваної обчислювальної схеми [1, 2] у вигляді

$$R(\mu) = \frac{\sum_{k=0}^r b_k \frac{\mu^k}{k!}}{\sum_{k=0}^m (-1)^k a_k \frac{\mu^k}{k!}} = \exp(\mu) + O(\mu^{r+m+1}), \tag{18}$$

де $\mu = \lambda H_n$ – комплексний параметр.

Відповідно до (10), (12), (13) характеристичне рівняння (18) є апроксимацією Паде експоненціальної функції. Відомо [2], що методи, характеристичне рівняння яких є елементом діагоналі або однією з двох головних піддіагоналей таблиці Паде функції $\exp(\mu)$, є A-стійкими. Таким чином, усі апроксимаційні зміщені T-схеми вигляду (3), (5), (14) для $m = r$, $m = r + 1$, $m = r + 2$ є A-стійким. При цьому для (18) виконується умова

$$\lim_{|\mu| \rightarrow \infty} |R(\mu)| = 0 \text{ при } m = r + 1 \text{ або } m = r + 2, \tag{19}$$

яка є найбільш бажаною для жорстких задач [2] (у порівнянні для $m = r$ і для зміщених T-схем – $\lim_{|\mu| \rightarrow \infty} |R(\mu)| = 1$).

У табл. 1, 2, 3 наведено значення коефіцієнтів (14), (16) для апроксимаційних зміщених T-схем різних порядків точності.

Таблиця 1

Коефіцієнти апроксимаційної зміщеної T-схеми для $m = r$

Порядок точності γ	Коефіцієнт	k							$E_{m,r}$
		0	1	2	3	4	5	6	
2	$a_k = b_k$	1	$\frac{1}{2}$	–	–	–	–	–	$\frac{1}{2}$
4	$a_k = b_k$	1	1	$\frac{1}{6}$	–	–	–	–	$\frac{-1}{6}$
6	$a_k = b_k$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	–	–	–	$\frac{1}{20}$
8	$a_k = b_k$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{70}$	–	–	$\frac{-1}{70}$
10	$a_k = b_k$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{252}$	–	$\frac{1}{252}$
12	$a_k = b_k$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{22}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{132}$	$\frac{1}{924}$	$\frac{-1}{924}$

Таблиця 2

Коефіцієнти апроксимаційної зміщеної T-схеми для $m = r + 1$

Порядок точності γ	Коефіцієнт	k							$E_{m,r}$
		0	1	2	3	4	5	6	
3	a_k	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	-	-	-	-	$\frac{5}{3}$
	b_k	1	$\frac{1}{3}$	-	-	-	-	-	
5	a_k	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	-	-	-	$\frac{-19}{10}$
	b_k	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	-	-	-	-	
7	a_k	1	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$	-	-	$\frac{69}{35}$
	b_k	1	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{35}$	-	-	-	
9	a_k	1	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{42}$	$\frac{5}{126}$	$\frac{1}{126}$	-	$\frac{-251}{126}$
	b_k	1	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{126}$	-	-	
11	a_k	1	$\frac{6}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{77}$	$\frac{1}{462}$	$\frac{923}{462}$
	b_k	1	$\frac{5}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{462}$	-	

Таблиця 3

Коефіцієнти апроксимаційної зміщеної T-схеми для $m = r + 2$

Порядок точності γ	Коефіцієнт	k							$E_{m,r}$
		0	1	2	3	4	5	6	
2	a_k	1	1	1	-	-	-	-	-1
	b_k	1	-	-	-	-	-	-	
4	a_k	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	$\frac{11}{4}$
	b_k	1	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	-	
6	a_k	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	-	-	$\frac{-71}{15}$
	b_k	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{15}$	-	-	-	-	
8	a_k	1	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{56}$	-	$\frac{379}{56}$
	b_k	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{56}$	-	-	-	

Запропонована Т-схема (5), (14) є неявною. Це означає що для нелінійного диференціального рівняння (1) вона на кожному кроці обчислювальної сітки ω_n зводиться до нелінійного рівняння відносно y_{n+1} , розв'язати яке можна, наприклад, методом Ньютона:

$$\begin{aligned} & (y_{n+1(i+1)} - y_{n+1(i)}) \sum_{k=0}^{m_1} (-1)^k a_k \delta Y_{n+1(i)}(k) = \\ & = \sum_{k=0}^r b_k Y_n(k) - \sum_{k=0}^m (-1)^k a_k Y_{n+1(i)}(k), \end{aligned} \quad (20)$$

де i – номер ітерації за методом Ньютона;

$$\delta Y_{n+1(i)}(k) = \frac{\partial Y_{n+1(i)}(k)}{\partial y_{n+1(i)}} - \text{T-спектр матриці Якобі};$$

m_1 – максимальний номер Т-дискрети, що враховується при розрахунку матриці Якобі, $m_1 \leq m$.

Початкове наближення при $i = 0$ для реалізації (20) можна отримати, використовуючи традиційну (явну) Т-схему [4, 11, 12]. Т-спектр матриці Якобі визначається, використовуючи підхід, викладений у [14], або метод кінцевих різниць. Виходячи зі збіжності ітераційного процесу, для зменшення результуючої обчислювальної складності в (20) допускається задавати $m_1 < m$. Наприклад, при $m_1 = 0$ отримаємо метод простої ітерації [1], оскільки $\delta Y_{n+1(i)}(0) = I$ – одинична матриця [14].

Висновки. Розроблена Т-схема (3), (14), (20) має, деякою мірою, універсальний вигляд, оскільки включає багато з відомих Т-схем. Так, при $m = 0$, $b_k = 1$ маємо явну схему [11, 12], при $n = 0$, $a_k = 1$ – неявну схему [5], а при $r = m$, $a_k = b_k = 2^{-k}$ – зміщену схему (4).

Порядок точності (15) розробленої апроксимаційної зміщеної Т-схеми (3), (14), (20) дорівнює сумі максимальних номерів дискрет прямого і зміщеного Т-спектрів, що беруть участь в операції відновлення. Або, іншими словами, кожен з врахованих членів ряду Тейлора (Т-дискрет) розв'язку диференціального рівняння підвищує порядок точності схеми на одиницю, таким чином, розроблена схема має для нетейлорівських Т-схем на основі степеневих функцій непокращуваний порядок точності. При цьому вид похибки апроксимації (16) розробленої обчислювальної схеми подібний до виду такої похибки для лінійних багатокрокових методів [2], яка пропорційна першому неврахованому члену відрізка ряду Тейлора точного розв'язку, а її значення для розробленої схеми (значення коефіцієнта $E_{m,r}$) менше такого значення для лінійних багатокрокових методів [3].

Розроблена апроксимаційна зміщена Т-схема (3), (14), (20) для $m = r$, $m = r + 1$, $m = r + 2$ є А-стійкою. При цьому вид області абсолютної стійкості такої схеми повністю еквівалентний виду такої області для методів Рунге-Кутта оптимального порядку, оскільки має однакові з ними характеристичні рівняння, які є апроксимаціями Паде для експоненціальної функції.

Зі сказаного вище випливає, що в статті запропоновано А-стійку з оптимальним порядком точності обчислювальну схему розв'язання задачі Коші для звичайного диференціального рівняння зміщеними диференціальними перетвореннями нетейлорівського типу на основі степеневих функцій. Характеристики точності та стійкості запропонованої схеми дозволяють ефективно застосовувати її для розв'язання жорстких балістичних диференціальних рівнянь.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Самарский А. А. Численные методы: учеб. пособ. [для вузов] / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
2. Холл Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Дж. Холл, Дж. Уатт. – М. : Мир, 1979. – 321 с.
3. Хемминг Р. В. Численные методы для научных работников и инженеров / Р. В. Хемминг. – М., 1972. – 400 с.
4. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г. Е. Пухов. – К. : Наук. думка, 1980. – 420 с.
5. Ронто Н. И. О неявных схемах интегрирования, основанных на дифференциальных преобразованиях / Н. И. Ронто // Электронное моделирование. – 1986. – Т. 8, № 4. – С. 44–50.
6. Пухов Г. Е. Аппроксимационные Т-методы моделирования дифференциальных уравнений / Г. Е. Пухов // Электронное моделирование. – 1984. – Т. 6, № 4. – С. 3–9.
7. Степанов А. В. Аппроксимационный вариант неявной Т-схемы численного интегрирования / А. В. Степанов // Теоретическая электротехника. – 1985. – Вып. 39. – С. 123–126.
8. Диференціальні перетворення для комп'ютерного моделювання: [навч. посіб.] / Г. Л. Баранов, В. Л. Баранов, І. А. Жуков, Л. О. Алексєєва. – К. : НАУ, 2002. – 106 с.
9. Коваль Н. В. Об устойчивости алгоритмов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом дифференциального преобразования / Н. В. Коваль, Э. П. Сеагина // Теоретическая электротехника. – 1985. – Вып. 39. – С. 108–118.
10. Ракушев М. Ю. Апроксимація та стійкість методу зміщених диференціально-тейлорівських перетворень для рішення задачі Коші / М. Ю. Ракушев // Вісник ЖДТУ. – Житомир : ЖДТУ, 2007. – № 3 (42). – С. 128–132.
11. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г. Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1986. – 159 с.
12. Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели / Г. Е. Пухов. – К. : Наукова думка, 1990. – 184 с.
13. Бейкер Дж. мл. Аппроксимации Паде / Бейкер Дж. мл., Грейвс-Моррис П.; пер. с англ. – М. : Мир, 1986. – 502 с.
14. Ковбасюк С. В. Расчет матрицы частных производных от текущих элементов орбиты космического аппарата на основе дифференциальных преобразований / С. В. Ковбасюк, М. Ю. Ракушев // Двойные технологии. – 2004. – № 2. – С. 15–18.

Дослідження виконувались за рахунок бюджетних коштів МОН України, наданих як грант Президента України.

Подано 01.09.08

М. Ю. Ракушев

СМЕЩЁННАЯ Т-СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ НА ОСНОВЕ СТЕПЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Предлагается вычислительная схема интегрирования обычных дифференциальных уравнений смещёнными дифференциальными преобразованиями нетейлоровского типа на основе степенных функций. Предложенная схема имеет оптимальный порядок точности и является A-стойкой, что позволяет эффективно применять ее в задачах баллистики для решения жёстких дифференциальных уравнений.

M. U. Rakushev

THE DISPLACED T-CHART OF CAUCHY PROBLEM SOLVING ON BASIS OF DEGREE FUNCTIONS

The calculation chart for the ordinary differential equalizations integration by displaced non-Taylor differential transformations is offered on basis of degree functions. The developed chart possesses on optimum exactness order and A-stability, that allows to be effectively used for solving the strict differential equalizations in the ballistics.