



УДК 621.3(075)

© 2007

Член-корреспондент НАН України А. Е. Божко, О. Ф. Полищук

### Элементы прикладной теории электромагнитных дефектоскопов

*A theory for single- and three-legged electromagnetic transformers (indicators of cracks in a control material) is given.*

Создание приборов для обнаружения трещин, раковин в материалах различных объектов (корпуса нефте-, бензоцистерн, ракет, двигателей, самолетов, судов и т. д.) является важной народнохозяйственной задачей, позволяющей своевременно устранить дефекты, которые могут вызвать опасные ситуации, доходящие до чрезвычайных происшествий [1–3]. С научно-технической точки зрения такие приборы-дефектоскопы разрабатываются на основе нетривиальных методов, базирующихся на сложных электромагнитных процессах. Опубликованные работы по дефектоскопии, например [1–5], недостаточно отражают конкретные физические преобразования, формирующие конечный результат дефектоскопии. В дефектоскопических приборах в основном используются электромагнитные принципы [1, 4]. Эти приборы состоят из измерительного электромагнитного преобразователя (датчика) и регистрирующей полупроводниковой в микроэлементном исполнении части (вторичного прибора). В Институте проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины разработан ряд электромагнитных дефектоскопов (индикаторов трещин), которые внедрены в промышленность Украины. Эти приборы созданы на основе разработанной авторами прикладной теории, фрагменты которой представлены в данной работе.

Главным элементом любого дефектоскопа является первичный преобразователь. Конструкция преобразователя определяется задачами контроля и формой контролируемого объекта. Наиболее универсальными являются накладные преобразователи “карандашного” типа и преобразователи с Ш-образным ферритовым сердечником. Последний позволяет расширить зону контроля, а также обнаружить подповерхностные дефекты, что не обеспечивает “карандашный” (одностержневой) преобразователь.

Рассмотрим последовательно эти преобразователи. Схема одностержневого преобразователя изображена на рис. 1:  $a$  — преобразователь и контролируемый материал без трещины;  $b$  — преобразователь и материал с трещиной;  $c$  — контролируемый материал и контуры в нем вихревых токов  $i_{\text{вихр}}$ , а также пространственная диаграмма основного магнитного потока  $\Phi_1$  и магнитного потока  $\Phi_{\text{вихр}}$ , образованного вихревыми токами  $i_{\text{вихр}}$ .

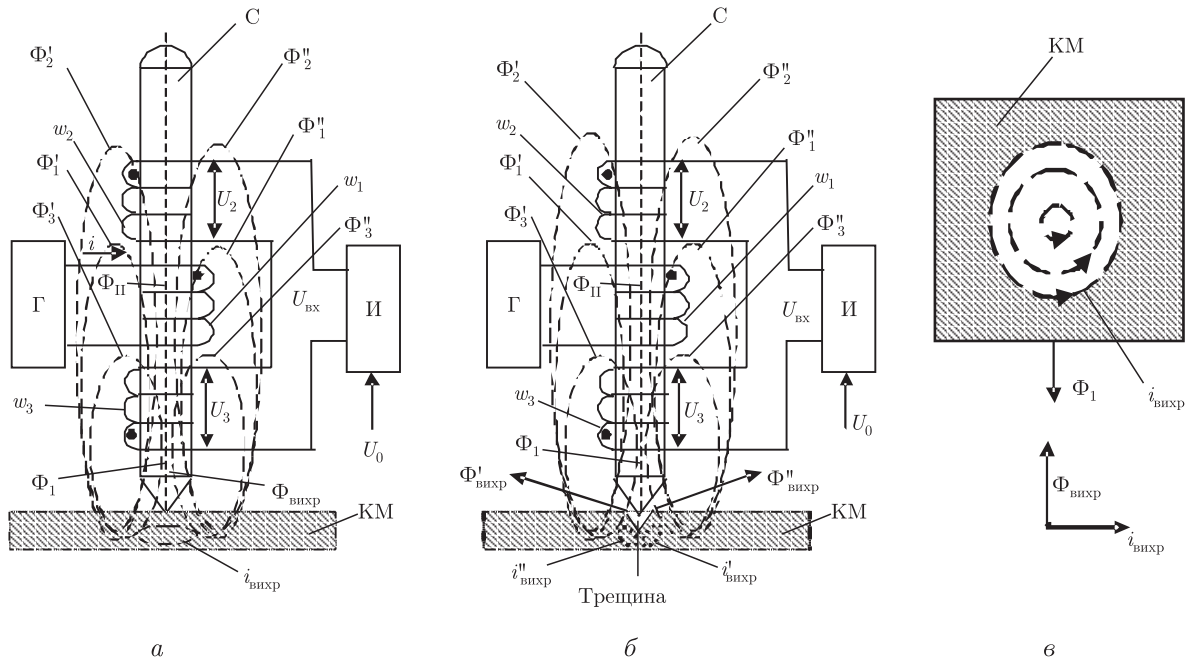


Рис. 1

Рассмотрим более детально процессы, происходящие при контроле материала без трещины (см. рис. 1, а) и с трещиной (см. рис. 1, б). На рис. 1, а изображены следующие элементы и физические величины: С — ферритовый стержень; Г — генератор переменного тока высотой частоты ( $f = 30 \div 50$  кГц); И — измерительная часть дефектоскопа;  $w_1$  — генераторная обмотка с числом витков  $w_1$ ;  $w_2, w_3$  — измерительные обмотки с числом витков  $w_2, w_3$  соответственно (обычно  $w_2 = w_3$ ); КМ — контролируемый металл;  $U_1, U_2, U_3$  — напряжения на соответствующих обмотках;  $U_{вх}$  — входное напряжение измерителя И;  $U_0$  — напряжение уставки;  $\Phi_1, \Phi'_1, \Phi''_1, \Phi'_2, \Phi''_2, \Phi'_3, \Phi''_3, \Phi_{вихр}$  — магнитные потоки;  $i_1$  — ток в обмотке  $w_1$ ;  $i_{вихр}$  — вихревой ток в КМ.

Точками на обмотках изображены начала навивки провода обмотки. Как видно из рис. 1, а, измерительные обмотки  $w_2$  и  $w_3$  соединены встречно (дифференциальный метод). Поэтому  $|U_{вх}| = |U_3 - U_2|$ . При этом заметим  $U_3 \neq U_2$ , так как через них проходят разные магнитные потоки. А это значит, что при отсутствии в КМ трещины  $U_{вх} > 0$ . Для того чтобы на выходе измерителя (И) при КМ без трещины сигнал равнялся нулю, необходимо величину  $|U_3 - U_2| = \Delta U$  скомпенсировать напряжением уставки нуля  $U_0$ . Работа одностержневого преобразователя следующая. От генератора Г в обмотку  $w_1$  идет ток  $i_1 = I_{1a} \sin(\omega t - \varphi)$ , где  $I_{1a}$  — амплитуда;  $\omega$  — круговая частота [ $\omega = 2\pi f, f$  — частота (50 кГц)];  $t$  — время;  $\varphi$  — угол сдвига между  $U_1$  и  $i_1$ . Этот ток в соответствии с законом полного тока [6] наводит в сердечнике С магнитный поток  $\Phi_1$ .

Как видно из рис. 1, а,  $\Phi_1 = \Phi'_1 + \Phi''_1 + \Phi'_2 + \Phi''_2 + \Phi'_3 + \Phi''_3 - \sum \Phi_{вихр}$ , где  $\sum \Phi_{вихр}$  — суммарный вихревой магнитный поток. Магнитные потоки  $\Phi'_2, \Phi''_2$  и  $\Phi'_3, \Phi''_3$  наводятся в сердечнике С в результате дополнительного к  $i_1$  действия токов  $i_2$  и  $i_3$  в этих обмотках. В результате прохождения потока  $\Phi_1$  через КМ без трещины в КМ возникают вихревые токи  $i_{вихр} = \frac{E_{вихр}}{R_{КМ}} = \frac{-1}{R_{КМ}} \frac{d\Phi_1}{dt}$ , где  $E_{вихр}$  — ЭДС индукции;  $R_{КМ}$  — активное сопротивление

КМ. На основании закона полного тока вихревые токи  $i_{\text{вихр}}$  создают магнитный поток  $\Phi_{\text{вихр}}$ , направленный навстречу  $\Phi_1$  (см. рис. 1, в). В результате витки обмоток  $w_1, w_2, w_3$  будут пересекаться встречными потоками  $\Phi'_{\text{вихр}}, \Phi''_{\text{вихр}}, \Phi'''_{\text{вихр}}$ . Причем через обмотку  $w_2$  будут проходить  $\Phi'_{\text{вихр}} + \Phi''_{\text{вихр}} + \Phi'''_{\text{вихр}}$ , через обмотку  $w_1 - \Phi'_{\text{вихр}} + \Phi''_{\text{вихр}} + \Phi'''_{\text{вихр}}$ , через обмотку  $w_3 - \Phi'_{\text{вихр}} + \Phi''_{\text{вихр}} + \Phi'''_{\text{вихр}}$ . Отсюда видно, что для обмотки  $w_3$  противоположный магнитный поток  $\Phi_{\text{вихр}}$  наибольший, а для обмотки  $w_2$  — наименьший, но от тока  $i_1$  магнитный поток  $\Phi_1$  для обмотки  $w_3$  наибольший, а для обмотки  $w_2 - \Phi'_2 + \Phi''_2$  — наименьший.

Дифференциальные уравнения однострержневого преобразователя имеют вид

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt}, \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt} - M_{23} \frac{di_3}{dt} &= 0, \\ r_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{31} \frac{di_1}{dt} - M_{32} \frac{di_2}{dt} &, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $r_1, r_2, r_3, L_1, L_2, L_3$  — активные сопротивления и индуктивности обмоток  $w_1, w_2, w_3$ ;  $M_{12} = M_{21}; M_{13} = M_{31}; M_{23} = M_{32}$  — взаимоиנדуктивных;  $i_1, i_2, i_3$  — токи в обмотках  $w_1, w_2, w_3$  соответственно; знаки при взаимоиנדуктивности ЭДС определяются соответствием начал навивки провода в обмотках.

Магнитные потоки в системе следующие:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_3 &= \Phi_1 = \Phi'_1 + \Phi''_1 + \Phi'_2 + \Phi''_2 + \Phi'_3 + \Phi''_3 - \Phi'_{\text{вихр}1} - \Phi''_{\text{вихр}1} - \Phi'_{\text{вихр}2} - \\ &\quad - \Phi''_{\text{вихр}2} - \Phi'_{\text{вихр}3} - \Phi''_{\text{вихр}3}; \\ \Phi_{11} &= \Phi'_1 + \Phi''_1 + \Phi'_2 + \Phi''_2 - \Phi'_{\text{вихр}1} - \Phi''_{\text{вихр}1} - \Phi'_{\text{вихр}2} - \Phi''_{\text{вихр}2}; \\ \Phi_2 &= \Phi'_2 + \Phi''_2 - \Phi'_{\text{вихр}2} - \Phi''_{\text{вихр}2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В (1)  $L_2 di_2/dt = U_2, L_3 di_3/dt = U_3$ , являющиеся выходными напряжениями на обмотках  $w_2$  и  $w_3$  соответственно. Связь потоков  $\Phi_3, \Phi_{11}, \Phi_2$  с токами  $i_1, i_2, i_3$  определяется законом полного тока [6]  $\Phi = iwG$ , где  $i, w$  — ток и число витков обмотки;  $G$  — магнитная проводимость;  $G = \mu_0 S/\delta$ ;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха;  $S$  — площадь поперечного сечения сердечника;  $\delta$  — воздушная магнитосиловая линия (зазор) для потока  $\Phi$ . Каждый переменный магнитный поток в (2) создает в обмотках  $w_1, w_2, w_3$  соответствующие ЭДС индукции, определяемые выражением

$$E_k = -w_k \frac{d\Phi_k}{dt}, \quad (3)$$

где  $k$  — индексы при магнитных потоках в (2). А это значит, что  $\Delta U = |U_3 - U_2|$  формируется всеми  $E_k$  с учетом (1), (2), (3).

Вихревые магнитные потоки  $\Phi_{\text{вихр}}$  образуются следующим образом. Основные переменные магнитные потоки  $\Phi'_1, \Phi''_1, \Phi'_2, \Phi''_2, \Phi'_3, \Phi''_3$  в КМ создают ЭДС индукции в соответствии с формулой (3), но здесь  $w_k = 1$ , т. е. число витков равно единице. Эти ЭДС индукции  $E_{\text{вихр}k}$  в соответствии с законом Ома [6, 7] создают вихревые токи  $i_{\text{вихр}k} = E_{\text{вихр}k}/R_{\text{КМ}}$ , где  $R_{\text{КМ}}$  — активное сопротивление материала КМ. Токи  $i_{\text{вихр}k}$  в свою очередь в силу закона полного тока наводят в системе преобразователя (стержень и контролируемый материал) магнитные

потоки  $\Phi_{\text{вихр}}$  (см. рис. 1, в), направленные при отсутствии в КМ трещин навстречу основным магнитным потокам. Продифференцированные по времени разности основных вихревых магнитных потоков с учетом множителей в виде числа витков обмоток  $w_2, w_3$  и есть  $U_2$  и  $U_3$ . В принципе, одностержневой электромагнитный преобразователь представляет собой трансформатор с воздушным зазором  $\delta = l$ , где  $l$  — длина сердечника С. От выходного напряжения  $U_1$  генератора Г в обмотки  $w_2, w_3$  трансформируются напряжения  $U_2$  и  $U_3$ . В их трансформирование включается действие вихревых потоков  $\Phi_{\text{вихр}}$ . Приблизительный (практически верный) расчет площади поперечного сечения сердечника, магнитной индукции насыщения материала сердечника  $B_S$ , числа витков  $w_1, w_2, w_3$  может быть основан на выражении  $U_1 = w_1 d\Phi_{11}/dt$  или  $U_1 dt = w_1 d\Phi_{11}$ , которое в представлении в конечных разностях имеет вид  $U_1 \Delta t = w_1 \Delta \Phi_{11}$ . В последнем выражении за  $\Delta t$  примем половину периода переменного напряжения  $T/2 = 1/(2f)$ , а за  $\Delta \Phi_{11}$  — двойное изменение магнитного потока насыщения  $\Phi_S$  при перемагничивании сердечника С. При этом  $\Delta \Phi_{11} = \Delta BS = 2B_S S$ , где  $B_S$  — магнитная индукция магнитного насыщения материала сердечника.

На основании такого решения получаем  $U_1 = 4f B_S w_1 S$ . Используя тот факт, что  $U_1 = U_{a1} \sin \omega t$ , а не прямоугольные импульсы, введем в формулу для  $U_1$  коэффициент формы  $k_\Phi = 1,11$  и тогда имеем

$$U_1 = 4,44f B_S w_1 S. \quad (4)$$

Формула (4), по сути, это формула первичного напряжения трансформатора. Далее рассмотрим схему рис. 1, б. Здесь в материале КМ имеется трещина, на гранях которой создаются вихревые токи  $i'_{\text{вихр}}, i''_{\text{вихр}}$ , магнитные потоки от которых  $\Phi'_{\text{вихр}}, \Phi''_{\text{вихр}}$  направлены по отношению основного потока  $\Phi_1$  не противоположно, а под углом  $90^\circ$  по отношению к граням трещины. Проекция вихревых потоков, противоположная  $\Phi_1$ ,

$$\Phi_{\text{вихр}} = \Phi'_{\text{вихр}} \cos \alpha_1 = \Phi''_{\text{вихр}} \cos \alpha_2,$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  — углы между направлением потоков  $\Phi'_{\text{вихр}}, \Phi''_{\text{вихр}}$  и линией потока  $\Phi_1$  в сердечнике С соответственно. Если грани трещины расположены параллельно оси сердечника (линии  $\Phi_1$  в сердечнике), то  $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$  и  $\Phi_{\text{вихр}} = 0$ . Из такого рассуждения видно, что трещины уменьшают своими потоками  $\Phi'_{\text{вихр}}, \Phi''_{\text{вихр}}$  противодействие основным потокам, созданным током  $i_1$ , а это означает, что  $U_2, U_3$  имеют другие значения, чем без наличия в КМ трещины, и соответственно  $\Delta U = (U_3 - U_2)$  будет также другими, т.е.  $\Delta U \neq U_y$ , что, в свою очередь,  $\Delta U - U_y = U_{C2}$  вызывает после усиления в измерительной части сигнализацию о наличии в КМ трещины.

Рассмотрим Ш-образный преобразователь, собранный из ферритового сердечника с тремя обмотками. Схема такого датчика изображена на рис. 2, где 1 — Ш-образный магнитопровод; 2 — обмотка возбуждения, намотанная на центральный стержень магнитопровода 1; на два крайних стержня — две измерительные обмотки 3 и 4, включенные встречно;  $\Phi_k, k = \overline{1, 3}$ , — основные магнитные потоки ( $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3$ );  $\Phi_{\text{вихр}k}, k = \overline{1, 3}$ , — магнитные потоки от вихревых токов; КМ — контролируемый материал;  $U_\Gamma, U_3, U_4, U_{\text{вх}}$  — напряжения;  $i_{\text{вихр}k}, k = \overline{1, 3}$ , — вихревые токи; И — измеритель.

Такой датчик, как показали экспериментальные исследования, имеет ряд оригинальных свойств. Он может быть сбалансирован на расстоянии до 5 мм от контролируемой поверхности (КМ), что дает возможность контролировать дефекты под толстым слоем изолирующего материала, т.е. подповерхностные дефекты. Данный преобразователь обладает повышенной чувствительностью.

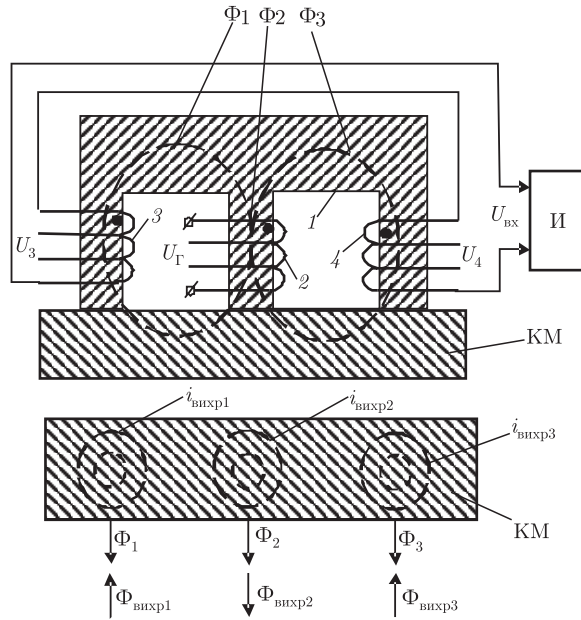


Рис. 2

В Ш-образном преобразователе  $|U_{\text{вх}}| = |U_3 - U_4|$ ,  $U_{\Gamma} = U_{a\Gamma} \sin \omega t$ , частота  $f = \omega/(2\pi) \geq 30$  кГц. Работа этого датчика аналогична функционированию трансформатора [7]. В варианте, изображенном на рис. 2, в КМ трещины нет. В этом случае магнитные потоки  $\Phi_k$  и  $\Phi_{\text{вихр}k}$ ,  $k = \overline{1, 3}$ , направлены встречно и поэтому  $U_3 = U_4$  и  $U_{\text{вх}} = 0$ , т.е. при отсутствии трещины на вход измерителя И сигнал не поступает. Порядок исследования этого преобразователя базируется на следующих предположениях:

- а) число витков обмоток 3, 4 одинаковое ( $w_3 = w_4$ );
- б)  $S_{\text{ср}} = 2S_3 = 2S_4$  — площади поперечного сечения среднего ( $S_{\text{ср}}$ ) и крайних ( $S_3, S_4$ ) сердечников;

в) между Ш-образным сердечником и КМ может быть зазор  $\delta$  (диэлектрическая прокладка толщиной  $\delta$ ). В этом случае магнитный поток, наведенный от тока  $i_{\Gamma} = U_{\Gamma}/z_2$ , где  $z_2 = \left[ \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2} \right]^{-1}$  — полное сопротивление электрической цепи обмотки 2;  $r_2, L_2$  — резистор и индуктивность этой обмотки соответственно (при  $r_2 \ll \omega L_2$   $i_{\Gamma} = -U_{a\Gamma}/(\omega L_2) \cos \omega t$ ).  $\Phi_2 = i_{\Gamma} w_2 G_{\text{ср}}$ , где  $w_2$  — число витков обмотки 2;  $G_{\text{ср}}$  — магнитная проводимость для магнитного потока  $\Phi_2$ , определяемая выражением

$$G_{\text{ср}} = \frac{G_2 G_3}{G_2 + G_3} + \frac{G_2 G_4}{G_2 + G_4},$$

где  $G_2, G_3, G_4$  — магнитные проводимости по каждому стержню магнитопровода 1. Поскольку магнитопровод симметричен, то  $G_3 = G_4 = G$  и  $G_{\text{ср}} = 2G_2 G/(G_2 + G)$ . В свою очередь,  $G_2 = \mu_0 S_{\text{ср}}/\delta$ ,  $G = \mu_0 S/\delta$ ,  $S = S_3 = S_4$ . Так как  $S_{\text{ср}} = 2S$ , то  $G_{\text{ср}} = \frac{4}{3} \mu_0 \frac{S}{\delta}$ , где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха. Если  $\delta = 0$ , то  $G_{\text{ср}} = \frac{4}{3} \mu \frac{S}{l}$ , где  $\mu$  — магнитная проницаемость материала КМ;  $l$  — средняя длина периметра половины магнитопровода. Так как имеется полная симметрия 1, то магнитные потоки  $\Phi_1 = \Phi_3 = \Phi_2/2$  и так как  $w_3 = w_4$ , то без учета вихревых токов  $U_3 = w_3 d\Phi_1/dt = U_4 = w_4 d\Phi_3/dt$  и поэтому  $|U_3 - U_4| = 0$ . При

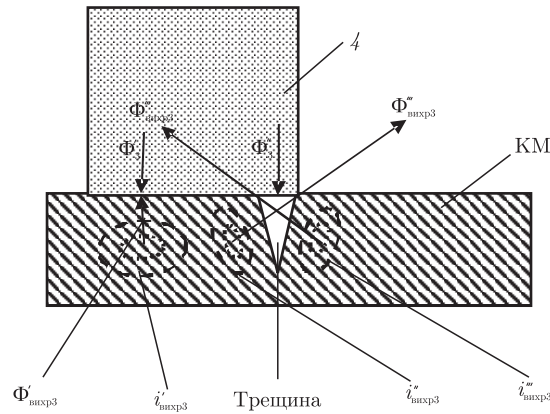


Рис. 3

прохождении магнитных потоков  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  через металлический КМ в последнем возникают ЭДС индукции  $E_k = -d\Phi_k/dt, k = \overline{1, 3}$  (считаем, что число витков в КМ  $w_M = 1$ ). Эти ЭДС создают вихревые токи  $i_{\text{вихр}k} = E_k/r_M, k = \overline{1, 3}$ , где  $r_M$  — активное сопротивление материала (КМ). Эти вихревые токи, в свою очередь, в соответствии с законом полного тока создают свои вихревые магнитные потоки  $\Phi_{\text{вихр}k} = i_{\text{вихр}k}G_{\text{вк}}, k = \overline{1, 3}$ , где  $G_{\text{вк}}$  — магнитные проводимости для  $\Phi_{\text{вихр}k}, k = \overline{1, 3}$ , направлены навстречу основным магнитным потокам  $\Phi_k, k = \overline{1, 3}$ , соответственно. Тогда  $U_3 = w_3 \frac{d}{dt}(\Phi_1 - \Phi_{\text{вихр}1}); U_4 = w_4 \frac{d}{dt}(\Phi_2 - \Phi_{\text{вихр}3})$ .

Так как  $\Phi_1 = \Phi_2$  и  $\Phi_{\text{вихр}1} = \Phi_{\text{вихр}3}$ , то  $U_{\text{вх}} = |U_3 - U_4| = 0$ , т. е. измеритель И не выдает на выходе информации о наличии трещины.

Далее рассмотрим случай наличия трещины в КМ. Заметим, что Ш-образный датчик перемещаем по поверхности КМ слева направо. Тогда вначале трещина в КМ находится под стержнем 4. При этом картина наведенных в КМ вихревых токов и сопутствующих им магнитных потоков в пространстве сердечника 4 будет изменена по сравнению со случаем отсутствия в КМ трещины (см. рис. 3).

Из рис. 3 видно, что при наличии трещины или раковины в КМ магнитный поток  $\Phi_3$  расщепляется на  $\Phi'_3$  и  $\Phi''_3$ ;  $\Phi'_3$  проходит через КМ с площадью  $S_4 - S_{\text{ТР}}$ , а  $\Phi''_3$  — через площадь  $S_{\text{ТР}}$ . Причем для  $\Phi'_3$  при  $\delta = 0$  магнитная проницаемость  $\mu$  определяется магнитной проницаемостью КМ. Если КМ является не ферромагнетиком, то его магнитная проницаемость будет  $\mu_0$ . Для  $\Phi''_3$  магнитная проницаемость  $\mu_0$ . Потоки  $\Phi'_3$  и  $\Phi''_3$  формируют в КМ соответствующие ЭДС индукции  $E'_{\text{вихр}} = d\Phi'_3/dt, E''_{\text{вихр}} = d\Phi''_3/dt, E'''_{\text{вихр}} = d\Phi'''_3/dt$ , которые создают в КМ вихревые токи  $i'_{\text{вихр}3}, i''_{\text{вихр}3}, i'''_{\text{вихр}3}$ , равные по закону Ома  $i_{\text{вихр}}^k = E_{\text{вихр}}^k/r_M, k = ', ', ''', ''''$ . Эти вихревые токи наводят в пространстве сердечника 4 и КМ вихревые потоки  $\Phi'_{\text{вихр}3} = i'_{\text{вихр}3}G'_3, k = ', ', ''', ''''$ , где  $G'_3$  — магнитные проводимости для потоков  $\Phi'_{\text{вихр}3}, k = ', ', ''', ''''$ . Магнитный поток  $\Phi'_{\text{вихр}3}$  направлен навстречу  $\Phi'_3$ , а  $\Phi''_{\text{вихр}3}, \Phi'''_{\text{вихр}3}$  — перпендикулярно токам  $i''_{\text{вихр}3}, i'''_{\text{вихр}3}$  соответственно или перпендикулярно граням трещины так, что вертикальные проекции  $\Phi''_{\text{вихр}3}, \Phi'''_{\text{вихр}3}$  направлены навстречу  $\Phi''_3$  соответственно. В данном случае эти проекции вихревых токов  $\Phi''_{\text{вихр}3, \text{пр.}} = \Phi'''_{\text{вихр}3} \cos \alpha, \Phi'''_{\text{вихр}3, \text{пр.}} = \Phi'''_{\text{вихр}3} \cos \beta$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — углы между направлением  $\Phi''_{\text{вихр}3}, \Phi'''_{\text{вихр}3}$  и  $\Phi'_3$ . Так как  $\Phi''_{\text{вихр}3, \text{пр.}}, \Phi'''_{\text{вихр}3, \text{пр.}}$  меньше  $\Phi''_{\text{вихр}3}, \Phi'''_{\text{вихр}3}$  соответственно, то встречное действие вихревых магнитных потоков в сер-

дечнике 4 уменьшается, что, в свою очередь, увеличивает величину напряжения  $U_4$ . А это означает, что  $|U_{\text{вх}}| = |U_3 - U_4| > 0$  и этот сигнал, проходя через усилитель в измерителе (И) дает информацию о наличии трещины в КМ. Следует заметить, что если КМ ферромагнитный, то между магнитопроводом 1 (рис. 3) и КМ возникает тяговое усилие  $F$ , которое притягивает датчик к КМ. Эта  $F$  затрудняет продвижение датчика по КМ. В связи с этим целесообразно определить зависимость  $F$  от параметров и физических величин в системе (датчик — КМ) с целью выбора их приемлемых значений. Из рис. 2 видим, что под каждым стержнем (2, 3, 4) создается свое тяговое усилие  $F_k$ ,  $k = \overline{2, 4}$ . Для расчета общего тягового усилия  $F_\Sigma$  представим Ш-образный сердечник в виде двух П-образных сердечников с одинаковыми площадями поперечного сечения стержней  $S$ . Тогда  $F_\Sigma = F_{1\Pi} + F_{2\Pi}$ , где  $F_{k\Pi}$ ,  $k = \overline{1, 2}$ , — тяговое усилие под каждым П-образным магнитопроводом.

В соответствии с [8]

$$F_{1\Pi} = \frac{\Phi_1^2}{\mu_0 S}; \quad F_{2\Pi} = \frac{\Phi_3^2}{\mu_0 S} \quad \text{и} \quad F_\Sigma = \frac{1}{\mu_0 S}(\Phi_1^2 + \Phi_3^2).$$

Пусть в КМ трещины нет. Тогда  $\Phi_1 = \Phi_3 = \Phi$  и

$$F_\Sigma = \frac{2}{\mu_0 S}\Phi^2 = \frac{\Phi_2^2}{2\mu_0 S}, \quad (5)$$

где  $\Phi_1 + \Phi_3 = \Phi_2$ . В соответствии с законом полного тока [6]

$$\Phi_2 = i_2 w_2 G_2, \quad (6)$$

где

$$G_2 = \frac{\mu_0 S}{4\delta}. \quad (7)$$

Подставляя (6), (7) в (5), получим

$$F_\Sigma = \frac{\mu_0 S}{32} \left( \frac{i_2 w_2}{\delta} \right)^2. \quad (8)$$

Ток  $i_2 = i_\Gamma = \frac{U_\Gamma}{\omega L_2}$ , а  $L_2 = w_2^2 G_2 = \frac{\mu_0 S w_2^2}{4\delta}$ . Подставив  $i_2 = i_\Gamma$  и  $L_2$  в (8), получим

$$F_\Sigma = \frac{1}{2\mu_0 S} \left( \frac{U_\Gamma}{\omega w_2} \right)^2. \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что чем выше круговая частота  $\omega = 2\pi f$ , тем меньше общее тяговое усилие  $F_\Sigma$  и этим самым уменьшается притяжение Ш-образного магнитопровода к контролируемому материалу КМ. Уже при  $f = 20$  кГц  $F_\Sigma$  допускает без усилий продвигать датчик вдоль КМ. Кроме того, увеличение частоты  $f$  обеспечивает увеличению вихревых ЭДС и этим самым повышает чувствительность датчика.

Таким образом, в результате данного исследования выявлены процессы, возникающие в преобразователях и контролируемом материале без трещины в КМ и с трещиной в нем, выведены формулы для определения параметров датчиков, выбран диапазон генерируемых частот, а в целом — приведена прикладная теория одностержневого и Ш-образного электромагнитных преобразователей.

1. *Дорофеев А. Л., Казамапов Ю. Г.* Электромагнитная дефектоскопия. – Москва: Машиностроение, 1980. – 232 с.
2. *Щербинский В. Г., Феоктистов В. А., Полевик В. А. и др.* Методы дефектоскопии сварных соединений. – Москва: Машиностроение, 1987. – 336 с.
3. *Колчин А. В.* Датчики средств диагностирования машин. – Москва: Машиностроение, 1984. – 120 с.
4. *Никитин А. И., Бабушкина Л. В.* Решение задачи о вихревых токах в проводящей сфере, расположенной в поле накладного преобразователя // Дефектоскопия. – 1988. – № 12. – С. 70–77.
5. *Морозов Б. М., Портникова Р. Г., Гончаров Э. Н. и др.* Контроль качества продукции машиностроения. – Москва: Изд-во стандартов, 1974. – 448 с.
6. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. – Москва: Высш. шк., 1978. – 528 с.
7. *Электротехника* / Под ред. проф. В. С. Пантюшина. – Москва: Высш. шк., 1976. – 560 с.
8. *Ступель Ф. А.* Электромеханические реле. – Харьков: Харьк. гос. ун-т, 1956. – 355 с.

*Институт проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*

*Поступило в редакцию 13.10.2006*

УДК 531.37:531.396:537.634:537.612.4:519.6

© 2007

**Л. В. Григор'єва, В. В. Козоріз, О. В. Козоріз,  
член-кореспондент НАН України С. І. Ляшко**

## **Про динамічну задачу двох вільних циліндричних магнітів та її Maple-моделювання**

*A nonlinear system of ordinal differential equations of the 18-th order is derived, the Cauchy problem is solved, and phase portraits are constructed by means of the Maple-software.*

Задача двох тіл розглядалася, починаючи з багатьох класичних робіт (див., наприклад, [4, 5]), без урахування протяжності тіла у полі центральних сил, коли потенціальна енергія залежить лише від відстані. В подальшому, зокрема для задач космічної механіки [8, 1], враховувалася протяжність тіла (супутника) введенням його шести степенів свободи. Центральний характер гравітаційної та електричної взаємодії, а також інші параметричні обмеження (наприклад, мализна розмірів супутника відносно розмірів Землі) зумовлюють декомпозицію динамічної системи, коли рівняння, що відповідають за поступальний рух вільного тіла, та рівняння обертання тіла навколо його точки не залежать одні від одних. Задача двох тіл у магнітному полі ускладнена нецентральністю магнітної взаємодії. Поступальний рух істотно впливає на обертальний рух вільного тіла навколо точки і, навпаки, зміна орієнтації викликає значні зміни в поступальному русі. Перші спроби задачі двох магнітних тіл були здійснені в роботах І. Е. Тамма [10], який встановив принципову особливість магнітних планетарних конфігурацій. Ця особливість, названа “проблемою  $1/R^3$ ”, що зводиться до неможливості стійкої магнітної конфігурації з магнітною взаємодією, досліджувалася в роботах В. Л. Гінзбурга [2] і інших авторів.

Пізніше, на основі методів функцій Ляпунова [6] та теорії стійкості відносно частини змінних, для деяких планетарних геометричних форм магнітів була вперше обґрунтована можливість стійких планетарних магнітних конфігурацій [3].